

Rheologisches Modell zur Beschreibung des Kälteverhaltens von Asphalten

Von der
Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Umweltwissenschaften
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines
Doktoringenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

DISSERTATION

von
Stephan Büchler
geboren am 14.03.1967
aus Bremen

Eingereicht am 17.11.2009

Disputation am 06.04.2010

Berichterstatter Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.-techn. Michael P. Wistuba
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Marcus Oeser

2010

Kurzfassung

Eine der wesentlichen Baustoffeigenschaften, welche das Gebrauchsverhalten und die Nutzungsdauer von Asphaltstraßen beeinflusst, ist das Kälteverhalten. Die Ansprache des Kälteverhaltens von Asphalt erfolgt zurzeit gemäß Europäischer Normen anhand der statischen Prüfverfahren Abkühlversuch, Zugversuch (auch zyklisch-dynamisch möglich), Relaxationsversuch und Retardationsversuch. Eine rheologische Auswertung erfolgt meist nur für den Retardationsversuch unter Heranziehung des Burgers-Modells.

Für die vorliegende Arbeit wurden an einem Asphaltbeton AC 11 statische Prüfungen an allen genannten Prüfverfahren unter Variation der Prüfbedingungen, u. A. Prüftemperatur und Zugspannung, durchgeführt. Basierend auf den Retardationsversuchen dieses Datenkollektivs wurden für jeden Versuch die Parameter des Burgers-Modells ermittelt und funktionale Zusammenhänge erstellt (Basis-Modell). An charakteristischen Beispielen wurde gezeigt, dass eine Anwendung des Basis-Modells auf die anderen Prüfverfahren keine zufriedenstellenden Anpassungen ergeben. Daher wurde das Basis-Modell modifiziert, und die Veränderung der einzelnen Burgers-Parameter als Folge der Material-Schädigung interpretiert.

Für die Retardationsversuche wurde festgestellt, dass die Viskosität des singulären Dämpfers des Burgers-Modells exponentiell verringert werden muss, um einen exponentiellen Dehnungszuwachs zu beschreiben. Die Reduzierung der Viskosität wird als Schädigung interpretiert.

Beim Relaxationsversuch wird eine Schädigung des singulären Dämpfers sowie – mit sinkender Prüftemperatur – eine Schädigung der singulären Feder beim Versuchsstart festgestellt.

Während des Zugversuchs erzeugt die singuläre Feder die Spannungszunahme, bis gegen Versuchsende der singuläre Dämpfer, aufgrund einer Schädigung, einen Spannungsabfall (Dehnungszunahme) bis zum Bruch des Probekörpers bewirkt.

Im Abkühlversuch erzeugt im Wesentlichen die singuläre Feder die Spannungszunahme, bis sie gegen Ende des Versuchs so stark geschädigt wird, dass sie zum Versagen des Probekörpers führt. Der singuläre Dämpfer kann vollständig entfallen.

Zusammenfassend konnten die wesentlichen rheologischen Mechanismen, welche während der statischen Prüfverfahren auf die Asphalt-Probekörper einwirken, erkannt und mathematisch beschrieben werden.

Abstract

The service life of an asphalt pavement is essentially influenced by its low temperature behavior. Four test methods are described in the European standard EN 12697-46 for assessing the low temperature behavior:

- Thermal Stress Restrained Specimen Test (TSRST),
- Uniaxial Tension Stress Test (UTST),
- Tensile Creep Test (TCT) and
- Relaxation Test (RT).

In this study, static low temperature tests are performed on asphalt concrete AC 11, under variation of the test conditions such as test temperature, stress, temperature decrease and strain velocity. The essential rheological mechanisms are presented relating to low temperature behavior of asphalt mixtures in static low temperature tests.

Based on the results of the TCT, the parameters of the Burgers model are calculated and mathematically described in function of temperature and stress by the basic model. The basic model is then used to describe the behavior assessed by the test methods TSRST, UTST and RT. In order to get the optimum fit, the parameters of the basic model (= burgers model) are modified. The modification of the parameters is interpreted by material damage.

For the TCT the viscosity of the singular damper of the burgers model is decreased in order to explain exponential increase in strain, which is not described by the basic model.

By means of RT-analysis , it is found, that the singular damper and – increasing with decreasing test temperatures – the singular spring show a damage effect at the moment of the beginning of the test.

In UTST the singular spring generates an increase in stress. Before the specimen fails, the strain increases and the singular damper is damaged exponentially.

In TSRST the singular spring generates an increase in stress, until it is damaged and the specimen fails. The singular damper can be neglected for stress calculation.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	1
Abstract	2
Inhaltsverzeichnis	3
1 Einleitung und Problemstellung	5
2 Untersuchungsmethodik und Datenbasis.....	8
2.1 Zusammensetzung des Asphaltes und Herstellung der Probekörper	8
2.2 Prüfeinrichtungen, Prüfverfahren und Datenbasis	9
2.2.1 Prüfeinrichtung	10
2.2.2 Retardationsversuche (Zugkriechversuch)	11
2.2.3 Relaxationsversuche	16
2.2.4 Zugversuche	22
2.2.5 Abkühlversuche	32
3 Rheologische Modelle.....	34
3.1 Einfache Elemente der Rheologie	34
3.2 Allgemeine Modelle der Rheologie	35
3.2.1 Maxwell-Modell.....	36
3.2.2 Voigt-Kelvin-Modell.....	37
3.2.3 Burgers-Modell	38
3.3 Spezielle rheologische Modelle	40
3.3.1 Retardationsversuche	40
3.3.2 Relaxationsversuche	45
3.3.3 Zugversuche	46
3.3.4 Abkühlversuche.....	46
3.3.5 Modelle für Druck-Kriechversuche	51
4 Anwendung des Burgers-Modells auf die Prüfverfahren und Modifikation.....	52
4.1 Diskrete Berechnungsmethodik	53
4.2 Einfluss des Kraftaufnehmers	55
4.3 Programm zur Berechnung der Modifikationen.....	57
4.4 Anwendung des Burgers-Modells mit konstanten Parametern	60
4.4.1 Anwendung des Burgers-Modells auf den Retardationsversuch	60
4.4.2 Anwendung des Burgers-Modells auf den Relaxationsversuch.....	62
4.4.3 Anwendung des Burgers-Modells auf den Zugversuch	64
4.4.4 Anwendung des Burgers-Modells auf den Abkühlversuch.....	66
4.5 Erstellen und Anwendung des Basis-Modells.....	68

4.5.1 Einfluss von Temperatur und Spannung auf die Burgers-Parameter	68
4.5.2 Anwendung des Basis-Modells auf den Retardationsversuch	74
4.5.3 Anwendung des Basis-Modells auf den Relaxationsversuch.....	75
4.5.4 Anwendung des Basis-Modells auf den Zugversuch	76
4.5.5 Anwendung des Basis-Modells auf den Abkühlversuch.....	76
4.6 Modifikation des Basis-Modells und dessen Anwendung	77
4.6.1 Modifikation der Burgers-Parameter beim Retardationsversuch.....	80
4.6.2 Modifikation der Burgers-Parameter beim Relaxationsversuch	82
4.6.3 Modifikation der Burgers-Parameter beim Zugversuch.....	83
4.6.4 Modifikation der Burgers-Parameter beim Abkühlversuch	85
4.6.5 Zusammenfassung: Modifikation der Parameter des Basis-Modells	87
5 Anwendung des modifizierten Basis-Modells auf die Prüfverfahren.....	89
5.1 Retardationsversuche	89
5.1.1 Modifikation des Burgers-Parameter λ_1	89
5.1.2 Modifikation aller Burgers-Parameter	91
5.1.3 Reduzierung der Koeffizienten	94
5.1.4 Interpretation der Koeffizienten	99
5.2 Relaxationsversuche.....	107
5.2.1 Modifikation der Burgers-Parameter: Startspannung	108
5.2.2 Modifikation der Spannung in Abhängigkeit von der Startspannung.....	112
5.2.3 Modifikation der Burgers-Parameter: Spannung, linear	112
5.2.4 Modifikation der Burgers-Parameter: Spannung, exponentiell.....	114
5.2.5 Reduzierung der Koeffizienten	117
5.2.6 Interpretation der Koeffizienten	120
5.3 Zugversuche	130
5.3.1 Modifikation aller Burgers-Parameter	130
5.3.2 Reduzierung der Koeffizienten	131
5.3.3 Interpretation der Koeffizienten	136
5.4 Abkühlversuche.....	148
5.4.1 Modifikation aller Burgers-Parameter	148
5.4.2 Reduzierung der Koeffizienten	148
5.4.3 Interpretation der Koeffizienten	151
6 Zusammenfassung.....	157
7 Literatur	165
8 Verwendete Formelzeichen	168

1 Einleitung und Problemstellung

Das Gebrauchsverhalten und die Nutzungsdauer von Asphaltstraßen wird im Wesentlichen von den drei Baustoffeigenschaften Verformungsverhalten, Ermüdungsverhalten und Kälteverhalten beeinflusst.

In dieser Arbeit wird das Verhalten bei Kälte untersucht. Die Ansprache des Kälteverhaltens kann anhand der Technischen Prüfvorschrift „Verhalten von Asphalten bei tiefen Temperaturen“ (FGSV, 1994) bzw. DIN EN 12697-46 „Asphalt – Prüfverfahren für Heißasphalt - Rissbildung und Eigenschaften bei niedrigen Temperaturen“ vorgenommen werden. In beiden Prüfvorschriften werden die vier statischen Prüfverfahren Abkühlversuch, Zugversuch, Relaxationsversuch und der Retardationsversuch beschrieben. Die DIN EN 12697-46 erweitert die Kälteprüfungen um einen dynamischen Zugschwellversuch, welcher nicht Gegenstand der hier beschriebenen Untersuchungen ist.

Der Abkühl- und der Zugversuch bieten die Möglichkeit zur Auswertung der Zugfestigkeitsreserve, welche eine empirische Größe aus den Ergebnissen beider Versuche darstellt (siehe Arand et al., 1984). Eine rheologische Auswertung dieser Versuche wird meist nicht durchgeführt. Im Relaxationsversuch wird mitunter die Relaxationszeit bestimmt, welche in rheologischen Modellen eingesetzt werden kann. Für den Retardationsversuch steht schließlich das Burgers-Modell zur Verfügung, mit welchem weitere rheologische Berechnungen möglich sind. Die Übertragung des für den Retardationsversuch gültigen Modells auf die anderen statischen Prüfverfahren ist bisher nicht erfolgt.

Für die vorliegende Arbeit sollen an einem Asphaltbeton AC 11 zahlreiche Abkühl-, Zug-, Relaxations- und Retardationsversuche unter Variation der Prüfbedingungen durchgeführt werden. Damit soll ein umfassendes Datenkollektiv zur Verfügung stehen, das es erlaubt, die Anwendung und Erprobung rheologischer Modelle an allen vier statischen Prüfverfahren durchzuführen.

Basierend auf den Retardationsversuchen dieses Datenkollektivs sollen die Parameter des Burgers-Modells bestimmt werden. Da das Burgers-Modell den überproportionalen Anstieg der Dehnung gegen Versuchsende nicht beschreiben kann, wird dieser Bereich zur Ermittlung der Burgers-Parameter ausgeschlossen.

In der vorliegenden Arbeit werden die Abhängigkeiten der zuvor beschriebenen Burgers-Parameter von der Spannung und der Temperatur funktional beschrieben. Mit dieser funktionalen Beschreibung steht erstmals ein (universelles) Modell zur Verfügung, welches das Verhalten eines Asphaltes unter unterschiedlichen Spannungs- und Temperaturzuständen beschreiben kann.

Dieses funktional beschriebene Burgers-Modell, im Folgenden als „Basis-Modell“ bezeichnet, sollte theoretisch auch das in den anderen statischen Prüfverfahren beobachtete Materialverhalten simulieren. Da für das vorliegende Datenmaterial in allen Prüfverfahren das gleiche Asphalt-Mischgut eingesetzt wird, ist in allen Prüfverfahren die gleiche Reaktion des Asphaltes zu erwarten.

In dieser Arbeit wird den folgenden Fragestellungen nachgegangen:

1. Kann das Basis-Modell die Resultate der Relaxations-, Zug- und Abkühlversuche wiedergeben?
2. Falls dies nicht der Fall ist, wie muss das Basis-Modell modifiziert werden?
3. Wie muss das Basis-Modell modifiziert werden, um bei Retardationsversuchen den tertiären, d.h. den exponentiell ansteigenden Dehnungsanteil zu beschreiben?
4. Wie sind diese Modifikationen zu interpretieren? Stellen sie versuchsspezifische Veränderung dar? Kann anhand der Modifikationen eine Schädigung während des Versuchsablaufes erkannt werden?

Zur Beantwortung dieser Fragen wird in einem ersten Schritt das Burgers-Modell an die speziellen Versuchsbedingungen der einzelnen Prüfverfahren angepasst. Es müssen die speziellen Dehnungs-, Spannungs- oder Temperaturabhängigkeiten berücksichtigt werden.

In einem zweiten Schritt wird das Basis-Modell erstellt, d.h. die Abhängigkeiten der Parameter des Burgers-Modells von der Temperatur und der Spannung - ermittelt anhand von Retardationsversuchen - werden funktional beschrieben. Daraufhin wird - falls erforderlich - das Basis-Modell für alle Prüfverfahren modifiziert. Aus Gründen der Praktikabilität sollte die Anzahl der benötigten Modifikations-Koeffizienten möglichst gering gehalten werden. Zum einen reduziert dies den Rechenaufwand, zum anderen erschweren zu viele Koeffizienten eine physikalische Interpretation.

Um für das modifizierte Basis-Modell die Koeffizienten bestimmen zu können, wird ein Computer-Programm entwickelt. Dazu erfolgt eine Berechnung der einzelnen Dehnungs- oder Spannungsanteile in diskreten Schritten, eine analytische Lösung ist nicht möglich. Der diskrete Lösungsansatz bietet den Vorteil, einzelne Dehnungs- oder Spannungsanteile oder die Veränderung der Burgers-Parameter über den Versuchsablauf darstellen zu können. Die Regression der Modifikations-Koeffizienten soll mit der Evolutions-Strategie (Rechenberg, 1994) erfolgen. Dabei werden per Zufallsprinzip mehrere Sätze an Parametern erzeugt und die jeweils besten daraus (ermittelt anhand einer Gütefunktion) bleiben erhalten. Aus ihnen werden wieder zufallsbedingt mehrere Sätze an Parameter erzeugt, usw.

Im letzten Schritt sollen für alle vier Prüfverfahren und für jeden einzelnen Versuch die notwendigen Modifikationen mithilfe des eigens entwickelten Computer-Programms ermittelt und die Modifikations-Koeffizienten soweit möglich reduziert werden.

Für jedes Prüfverfahren werden die ermittelten Modifikationen physikalisch interpretiert. Zum einen wird darauf geachtet, ob eine versuchstechnisch beobachtete Schädigung des Probekörpers sich in der Modifikation der Burgers-Parameter widerspiegelt. Eine Schädigung des Probekörpers stellt sich z.B. beim Retardationsversuch ein, sobald die Phase der linearen Dehnungszunahme in die Phase der überproportionalen Dehnungszunahme übergeht, welche letztlich zum Bruch des Probekörpers führt. Diese physikalische Schädigung kann z.B. durch eine überproportionale Abnahme der Viskosität beschrieben werden. Da die Viskosität durch einen Dämpfer physikalisch interpretiert und damit mathematisch beschrieben wird, muss dieser modifiziert werden. Diese Modifikation kann als Schädigung des Modell-Elements, d.h. des Dämpfers, interpretiert werden.

Zum anderen wird untersucht, ob aufgrund der Modifikationen physikalisch, d.h. vom Versuchsverlauf her, nicht plausible Veränderungen der Burgers-Parameter stattfinden, welche dann als versuchsspezifisch zu interpretieren sind.

2 Untersuchungsmethodik und Datenbasis

In diesem Kapitel wird zunächst das eingesetzte Asphalt-Mischgut beschrieben. Anschließend folgen die Beschreibungen der vier statischen Prüfverfahren und die Darstellung der gewonnenen Daten.

2.1 Zusammensetzung des Asphaltes und Herstellung der Probekörper

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Versuche an einem Asphaltbeton AC 11 DN ausgewertet (siehe Forschungsvorhaben „Ermittlung der Zugviskositäten von Asphalten mittels Retardations- und Relaxationsversuchen“ des BMV (Arand et. al, 1996)). Die im Asphalt eingesetzten Gabbro-Edelsplitte und Brechsande kamen aus Bad Harzburg, während der eingesetzte Natursand aus Bortfeld bei Braunschweig stammte. Als Füllermaterial wurde ein Kalksteinmehl aus Hehlen/Weser verwendet, dessen Kornanteil $> 0,09 \text{ mm}$ 8,2 M.-% betrug, was dem Sandanteil zugerechnet wurde.

Die Splitte und Sande wurden vor der Verarbeitung gewaschen, nass gesiebt, getrocknet und abschließend trocken gesiebt, um sie von Unter- und Überkorn zu befreien.

Als Bindemittel kam ein Straßenbaubitumen 70/100 (B 80) der elf bitumen deutschland GmbH zum Einsatz.

Die wichtigsten ermittelten Kenndaten des Bitumens sind:

- Nadelpenetration bei $T = 25 \text{ °C}$: $91 \frac{1}{10} \text{ mm}$
- Erweichungspunkt Ring und Kugel: $46,0 \text{ °C}$
- Penetrationsindex: $-0,763$
- Brechpunkt nach Fraaß: -17 °C
- Dichte bei $T = 25 \text{ °C}$: $1,022 \text{ g/cm}^3$

Damit kann dieses Bitumen nach dem aktuellen Regelwerk, den TL Bitumen-StB 07 (FGSV, 2009a), als 70/100 klassifiziert werden.

Der Asphaltbeton wurde unter Einhaltung der folgenden Korngrößenverteilung des Gesteinsgemisches zusammengesetzt.

Tabelle 2-1: Siebanteile je Kornklasse des eingesetzten Gesteinsgemisches

Kornklasse	Siebanteil	Sieblinie
< 0,09 mm	8,0 M.-%	8,0 M.-%
0,09 – 0,25 mm	8,1 M.-%	16,1 M.-%
0,25 – 0,71 mm	14,9 M.-%	31,0 M.-%
0,71 – 2,0 mm	13,0 M.-%	44,0 M.-%
2,0 – 5,0 mm	20,0 M.-%	64,0 M.-%
5,0 – 8,0 mm	18,0 M.-%	82,0 M.-%
8,0 – 11,0 mm	18,0 M.-%	100,0 M.-%

Der Bindemittelgehalt wurde zu 5,9 M.-% festgelegt, womit sich die folgenden Kenndaten am Marshall-Probekörper (MPK) ergaben:

Raumdicke des MPK:	2,529 g/cm ³
Hohlraumgehalt des MPK:	1,8 Vol.-%
Marshall-Stabilität:	5,76 kN
Marshall-Fließwert:	4,80 mm

Anhand dieser Kennwerte kann der Asphalt gemäß den aktuellen TL Asphalt-StB 07 (FGSV, 2009b) einem AC 11 D N zugeordnet werden.

Für die Durchführung der Versuche wurden prismatische Probekörper mit den Maßen $L \times B \times H = 40 \times 40 \times 160 \text{ mm}^3$ benötigt.

Dazu wurden Asphaltprobplatten mit einem Vibrationsverdichter gemäß (Arand et al., 1996) in den Maßen $L \times B \times H = 290 \times 195 \times 40 \text{ mm}^3$ hergestellt. Daraus wurden mit einer Gesteinstrennsäge sechs prismatische Probekörper mit den erforderlichen Abmessungen heraus gesägt. Die Raumdichten und damit die Hohlraumgehalte aller prismatischen Probekörper lagen annähernd auf dem gleichen Niveau.

2.2 Prüfeinrichtungen, Prüfverfahren und Datenbasis

In den folgenden Kapiteln werden zunächst die Prüfeinrichtungen dargestellt (vgl. Arand et al., 1984). Danach folgt eine Beschreibung der vier eingesetzten Prüfverfahren, jeweils mit

anschließender Präsentation der ermittelten Versuchsergebnisse. Diese Ergebnisse stellen die Datenbasis für die weitere Analyse dar.

Die hier beschriebenen Versuchsaapparaturen sowie die damit durchführbaren Versuche sind seit 1994 im deutschen Regelwerk über die Technische Prüfvorschrift „Verhalten von Asphalten bei tiefen Temperaturen“ (FGSV, 1994) dokumentiert. Darüber hinaus wurden sie kürzlich in das europäische Regelwerk als DIN EN 12697, Teil 46 aufgenommen (DIN EN 12697, 2009).

2.2.1 Prüfeinrichtung

Der prismatische Probekörper wird mittels Zwei-Komponentenkleber stirnseitig an zwei Adapter geklebt. Diese Adapter werden über Bolzen, welche in kardanische Ösen fassen, fixiert und sind so mit einem Kraftaufnehmer und einem Getriebe fest verbunden (siehe Abbildung 2-1). Kraftaufnehmer und Getriebe sind mit einem Prüfrahmen verschraubt. Am Getriebe ist ein Schrittmotor befestigt, welcher Auslenkungen am Probekörper in Schritten von $1/20.000 \text{ mm}$ ($= 0,05 \text{ }\mu\text{m}$) ausführen kann. Parallel zum Prüfrahmen sind temperaturunabhängige Messbasen installiert, auf welchen die Wegaufnehmer – zwei je Probekörperseite – montiert sind. Der Prüfrahmen mit dem angeschlossenen Schrittmotor befindet sich innerhalb eines Wärme-/Kälteprüfschranks. Mit dem Wärme-/Kälteprüfschrank können Temperaturen in einem Bereich von $+20$ bis $-40 \text{ }^{\circ}\text{C}$ gezielt angesteuert werden.

Kraft- und Längenänderungen werden über Messverstärker und anschließende A/D-Wandler mittels Computer aufgezeichnet. Weiterhin steuert der Computer über eine am Institut für Straßenwesen der Technischen Universität Braunschweig (ISBS) entwickelte Elektronik den Schrittmotor an. Damit können gezielt Längenänderungen am Probekörper erzwungen und über die Wegaufnehmer gemessen werden, so dass ein Regelkreis entsteht. Thermisch bedingte Änderungen der Signale des Kraft- oder der Wegaufnehmer werden dabei berücksichtigt.

Mittels am ISBS entwickelter Software werden über diesen Computer die entsprechenden Versuche durchgeführt.

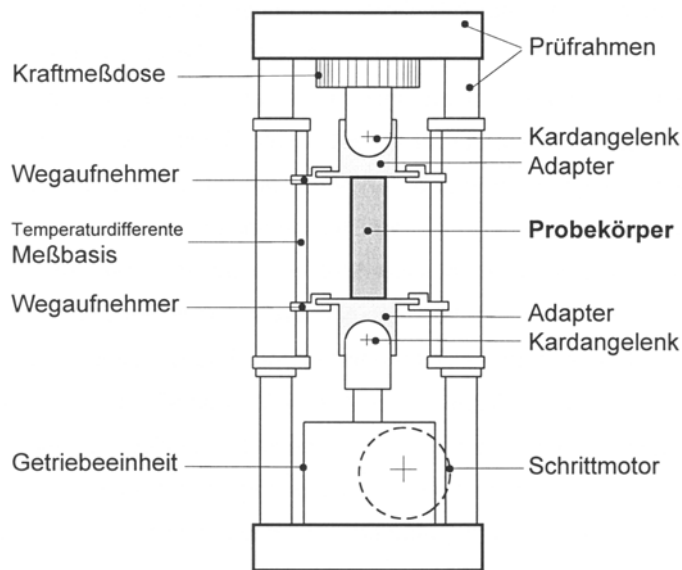


Abbildung 2-1: Prinzipskizze und Abbildung der am ISBS eingesetzten Prüfeinrichtungen zur Ansprache des thermo-rheologischen Verhaltens von Asphalten

Zur Durchführung der Versuche standen am ISBS insgesamt drei dieser Prüfeinrichtungen zur Verfügung.

2.2.2 Retardationsversuche (Zugkriechversuch)

Für den Retardationsversuch (Tension Creep Test, TCT) wird ein Probekörper spannungsfrei auf die gewünschte Prüftemperatur herabgekühlt. Danach wird dem Probekörper spontan eine konstante Spannung σ_Z - von 10 % bis 70 % der Zugfestigkeit β_Z - aufgetragen und die dadurch entstehende Längenänderung gemessen (Zugkriechen). Der Versuch wird nach acht Stunden oder bei Überschreitung des Messbereiches der Wegaufnehmer beendet. Die gemessene Dehnung wird über die Zeit in ein Diagramm eingetragen.

In den Abbildungen 2-2 bis 2-6 sind die hier genutzten Versuche - die Dehnungsverläufe über die Zeit bei unterschiedlichen Zugspannungen und unterschiedlichen Prüftemperaturen – grafisch dargestellt.

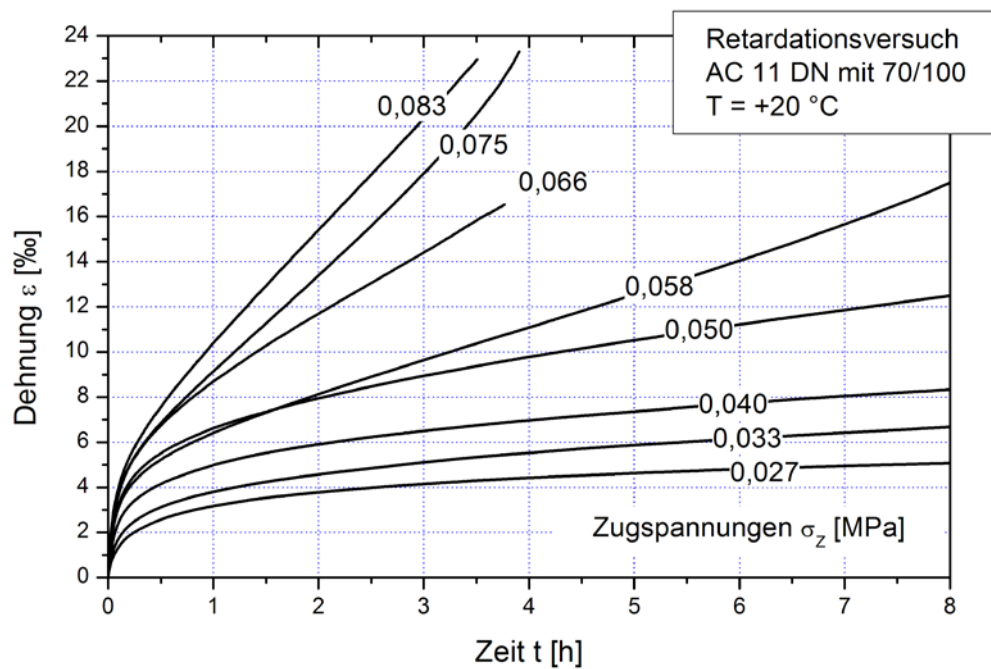


Abbildung 2-2: Retardationsversuch - Dehnungsverläufe über die Zeit für unterschiedliche Zugspannungen bei einer Prüftemperatur von T = +20 °C

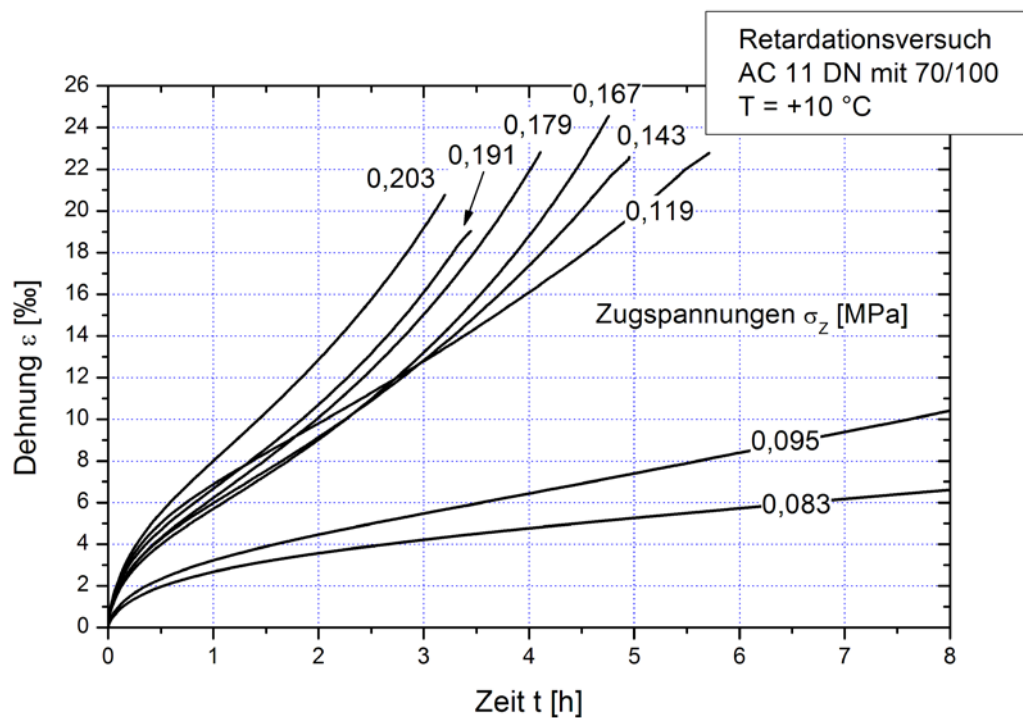


Abbildung 2-3: Retardationsversuch - Dehnungsverläufe über die Zeit für unterschiedliche Zugspannungen bei einer Prüftemperatur von T = +10 °C

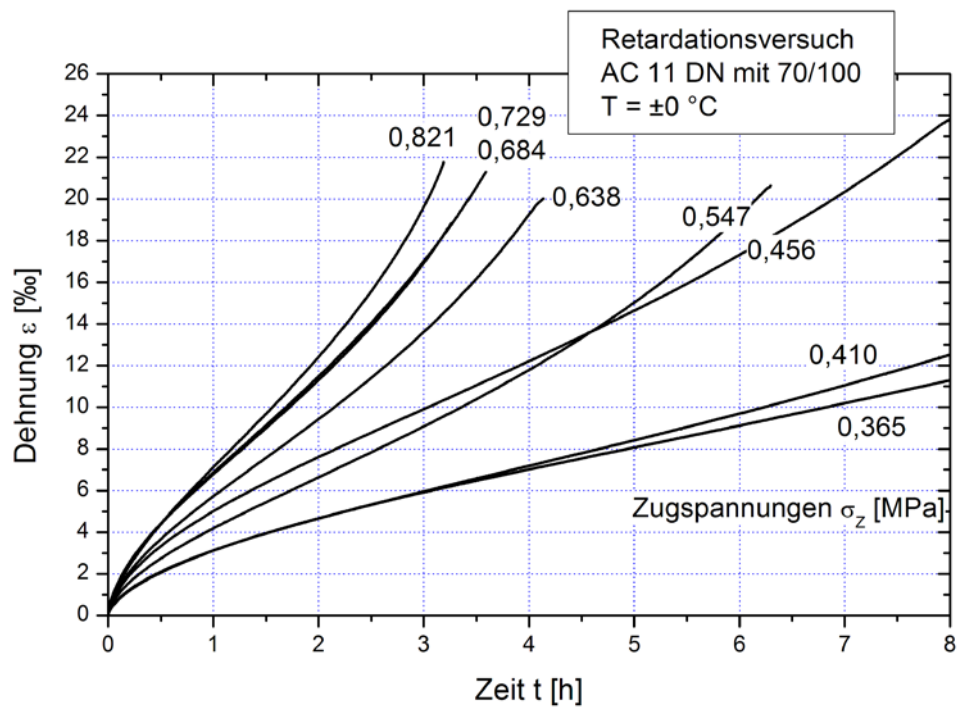


Abbildung 2-4: Retardationsversuch - Dehnungsverläufe über die Zeit für unterschiedliche Zugspannungen bei einer Prüftemperatur von $T = \pm 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$

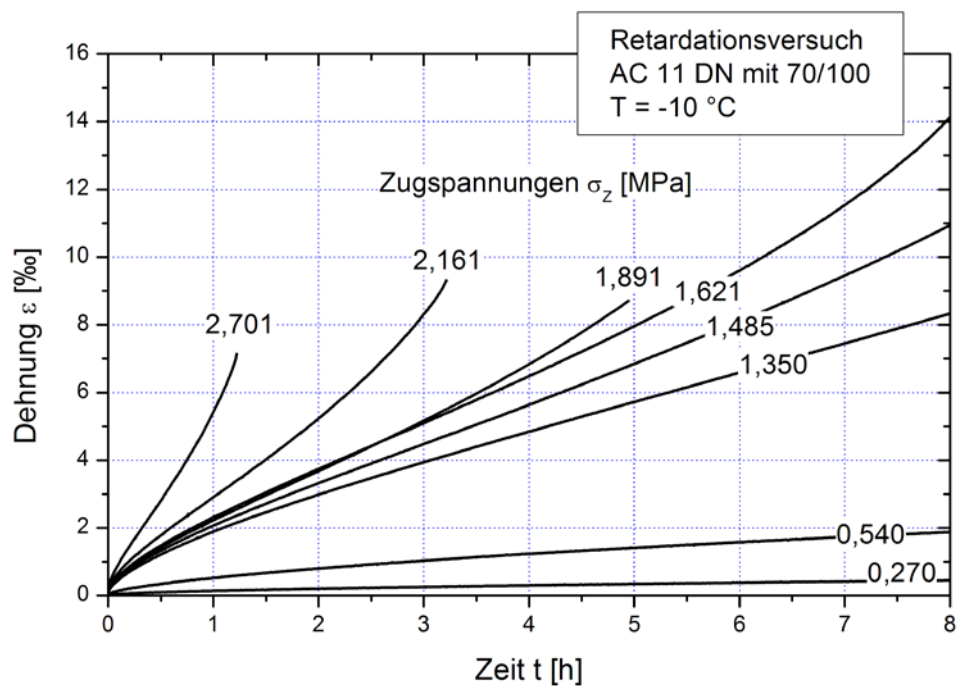


Abbildung 2-5: Retardationsversuch - Dehnungsverläufe über die Zeit für unterschiedliche Zugspannungen bei einer Prüftemperatur von $T = -10 \text{ }^{\circ}\text{C}$

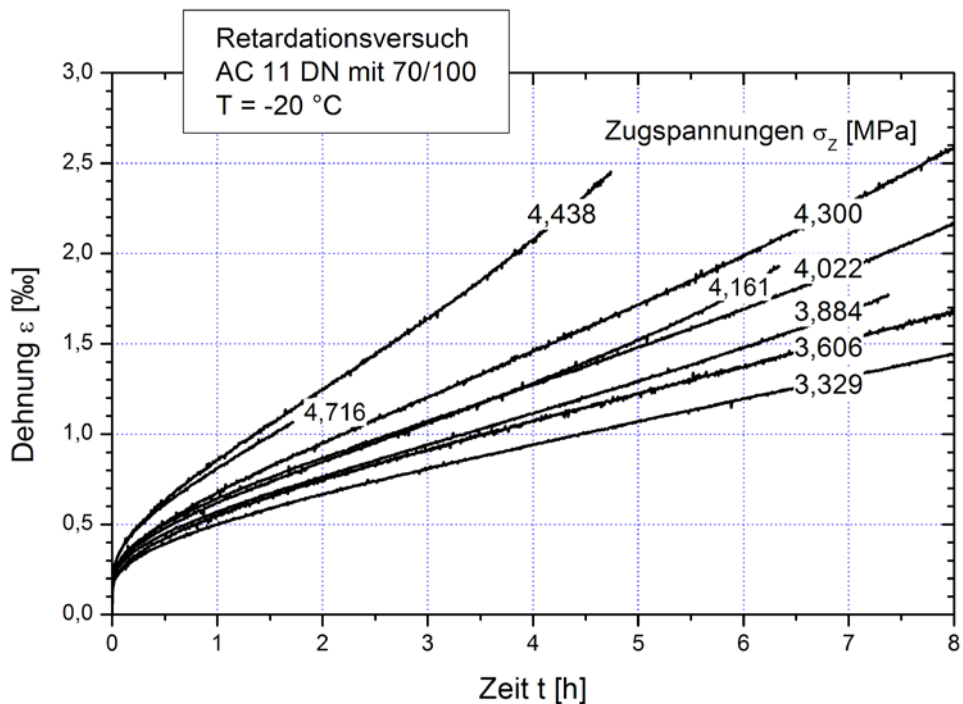


Abbildung 2-6: Retardationsversuch - Dehnungsverläufe über die Zeit für unterschiedliche Zugspannungen bei einer Prüftemperatur von T = -20 °C

Für alle Prüftemperaturen gilt, dass mit steigender Zugspannung die Dehnung schneller zunimmt, so dass die Versuche aufgrund der Überschreitung des Messbereiches nicht immer über acht Stunden durchgeführt werden konnten.

In der Regel kann ein Versuch in drei Phasen unterteilt werden, wie Abbildung 2-7 zeigt:

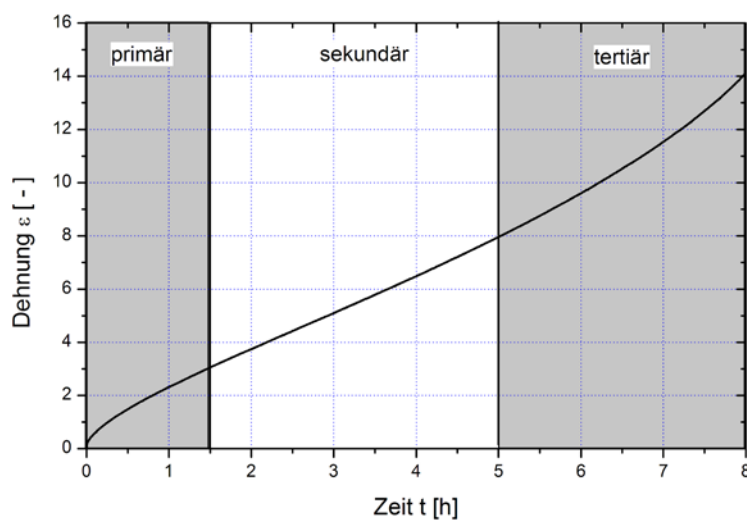


Abbildung 2-7: Retardationsversuch – Einteilung des Versuchablaufes in drei Phasen

In der primären Phase, der Konsolidierungsphase, erfolgt eine relativ geringe, aber schnelle Reaktion auf die spontan eingetragene Zugspannung und anschließend eine zeitlich verzögerte Antwort, bis ein annähernd linearer Verlauf erreicht ist. Dieser lineare Verlauf prägt die sekundäre Phase. Hier wird überwiegend ein Kriechen des Probekörpers beobachtet, was einer viskosen Verformung entspricht. In der tertiären Phase tritt im Probekörper eine Schädigung auf, so dass die Verformung überproportional zunimmt. Der Übergang zwischen den einzelnen Phasen ist in der Regel fließend, so dass, wie in Abbildung 2-7 dargestellt, die Grenzen nicht exakt definiert werden können.

Die tertiäre Phase wird in den meisten bisher angewendeten Modellen nicht berücksichtigt und daher versuchstechnisch vermieden. Die Versuchsparameter können jedoch nicht a priori immer so bestimmt werden, dass diese Phase im Versuch nicht eintritt. Bei der Auswertung werden die Daten oft nach der sekundären Phase „abgeschnitten“, so dass Teile des Datenmaterials für die Auswertung verloren gehen. Im Rahmen dieser Arbeit soll hingegen die tertiäre Phase berücksichtigt werden.

Anhand der Verformungskurve eines Retardationsversuches können einige rheologische Parameter für das Maxwell- bzw. Burgers-Modell direkt abgelesen werden, was in der folgenden Abbildung 2-8 dargestellt ist.

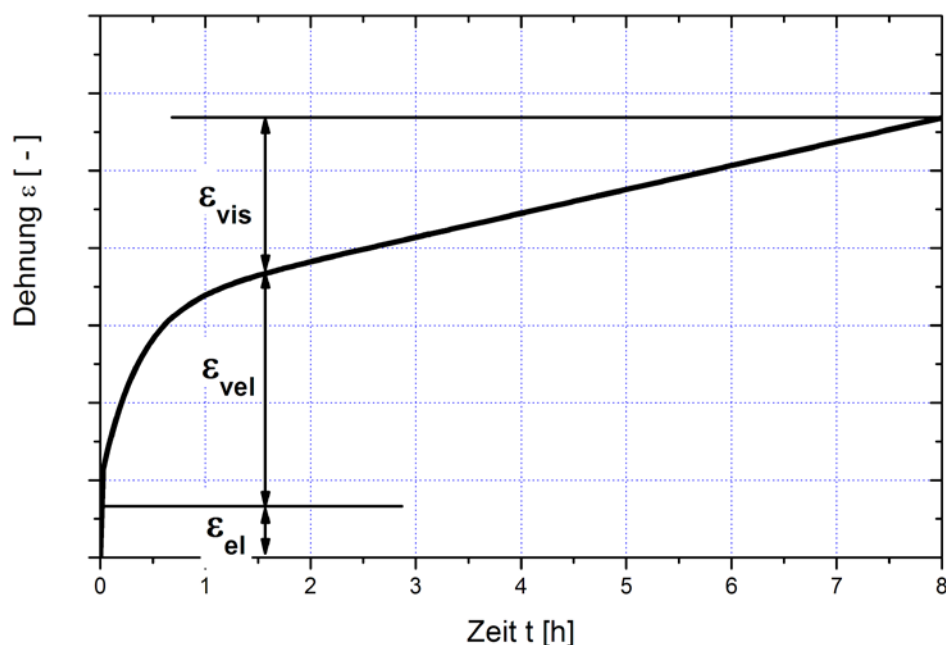


Abbildung 2-8: Retardationsversuch – Auswertung der Dehnungsanteile der Verformungskurve

Die spontan erzielten Dehnungen stellen die elastischen Anteile dar und können in der Abbildung 2-8 als ε_{el} abgelesen werden. Der Übergang vom elastischen zum viskoelastischen Anteil ε_{vel} ist fließend, ebenso wie der Übergang vom viskoelastischen zum viskosen Anteil ε_{vis} . Dieser Übergang stellt auch die Grenze von der primären zur sekundären Phase dar. Die einzelnen Anteile können quantitativ aus der Grafik bestimmt werden, wobei im Regelfall aber Ungenauigkeiten aufgrund der fließenden Übergänge entstehen.

Mit den elastischen und viskosen Anteilen könnten direkt die Parameter des Maxwell-Modells (siehe Kapitel 3.2.1) bestimmt werden. Da dann aber die viskoelastische Phase entfallen würde, stellt dies keine akzeptable Annäherung dar. Eine deutlich bessere Annäherung kann mit dem Burgers-Modell (siehe Kapitel 3.2.3) erfolgen, wobei eine (computerunterstützte) Regression für die viskoelastische Phase benötigt wird.

2.2.3 Relaxationsversuche

Beim Relaxationsversuch (Relaxation Test, RT) wird ein Probekörper zunächst spannungsfrei auf die gewünschte Prüftemperatur abgekühlt. Dem Probekörper wird dann eine spontane Dehnung aufgezwungen und anschließend die Länge konstant gehalten. Die durch die spontane Dehnung erzeugte Spannung (Startspannung σ_0) - die in der Regel bei ca. 70 % der Zugfestigkeit β_Z liegt - nimmt infolge der Relaxation des Asphalts mit der Zeit ab. Diese Abnahme der Spannung wird aufgezeichnet. Der Zeitpunkt der 1/e-fachen Abnahme ($0,368 = 36,8 \%$) wird als Relaxationszeit festgehalten und ist für das Maxwell-Modell (siehe Kapitel 3.2.1) von Bedeutung.

In den Abbildungen 2-10 bis 2-16 ist die zur Verfügung stehende Datenbasis, d.h. die Spannungsverläufe über die Zeit bei unterschiedlichen Startspannungen σ_0 und unterschiedlichen Prüftemperaturen T , dargestellt.

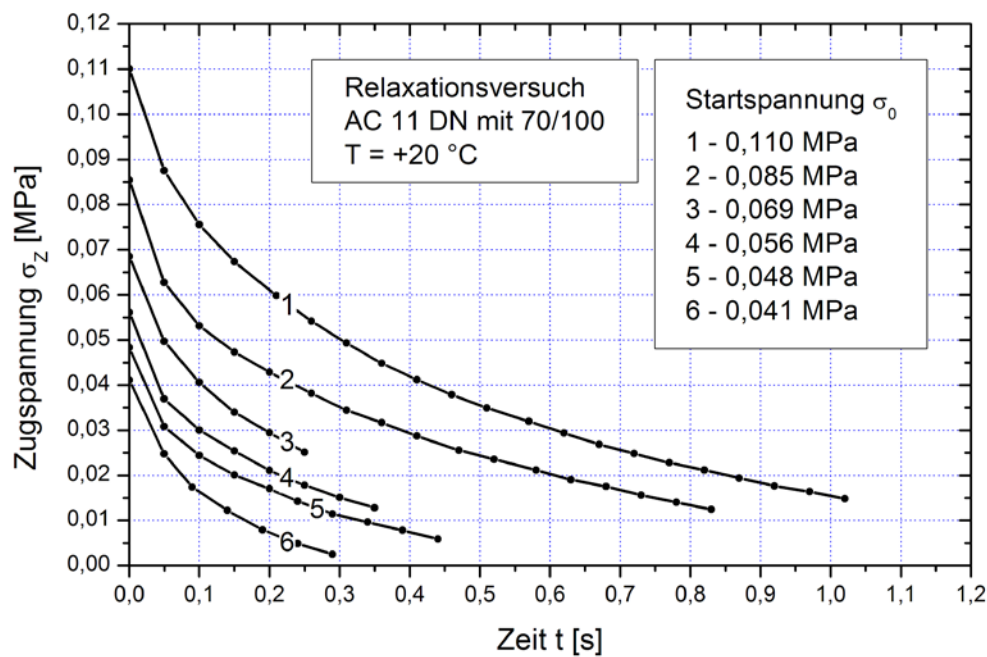


Abbildung 2-9: Relaxationsversuch - Spannungsverläufe über die Zeit bei unterschiedlichen Startspannungen für eine Prüftemperatur von $T = +20$ °C. Die einzelnen Messpunkte sind mit eingezeichnet

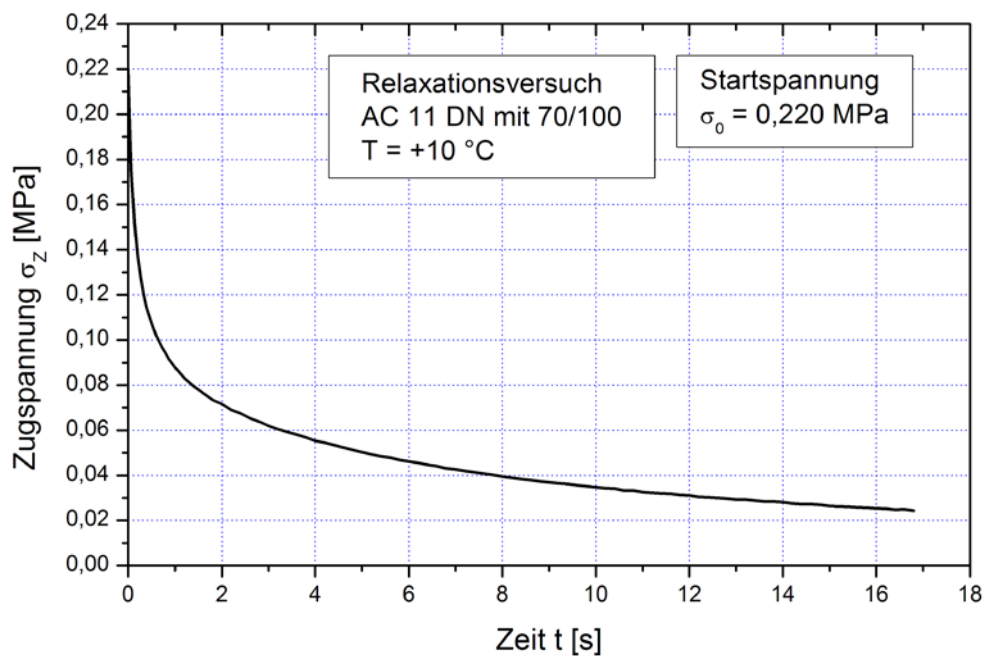


Abbildung 2-10: Relaxationsversuch - Spannungsverlauf über die Zeit für eine Prüftemperatur von $T = +10$ °C

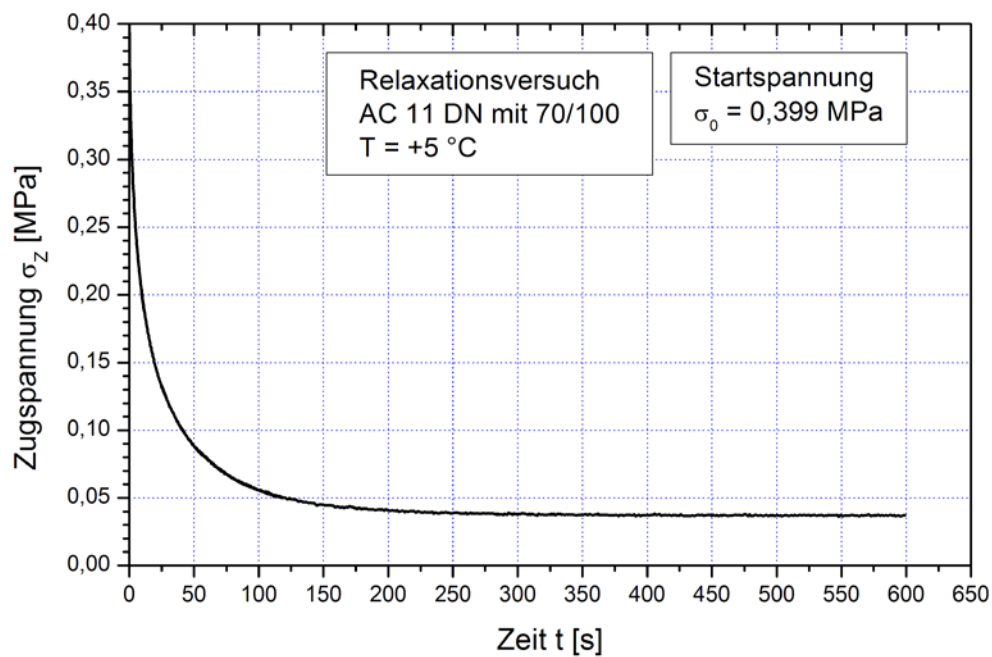


Abbildung 2-11: Relaxationsversuch - Spannungsverlauf über die Zeit für eine Prüftemperatur von $T = +5\text{ °C}$

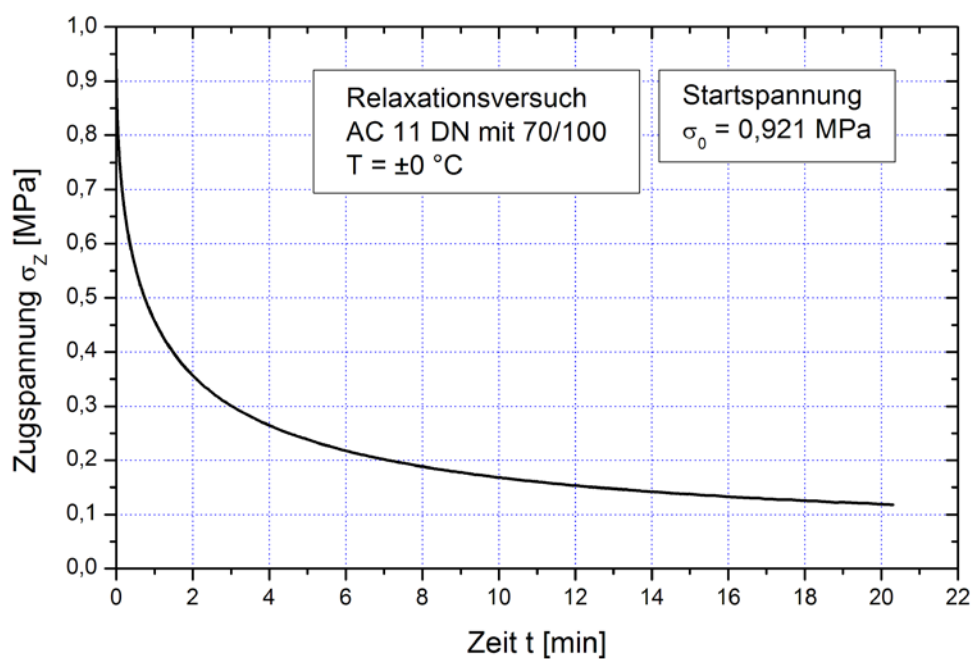


Abbildung 2-12: Relaxationsversuch - Spannungsverlauf über die Zeit für eine Prüftemperatur von $T = \pm 0\text{ °C}$

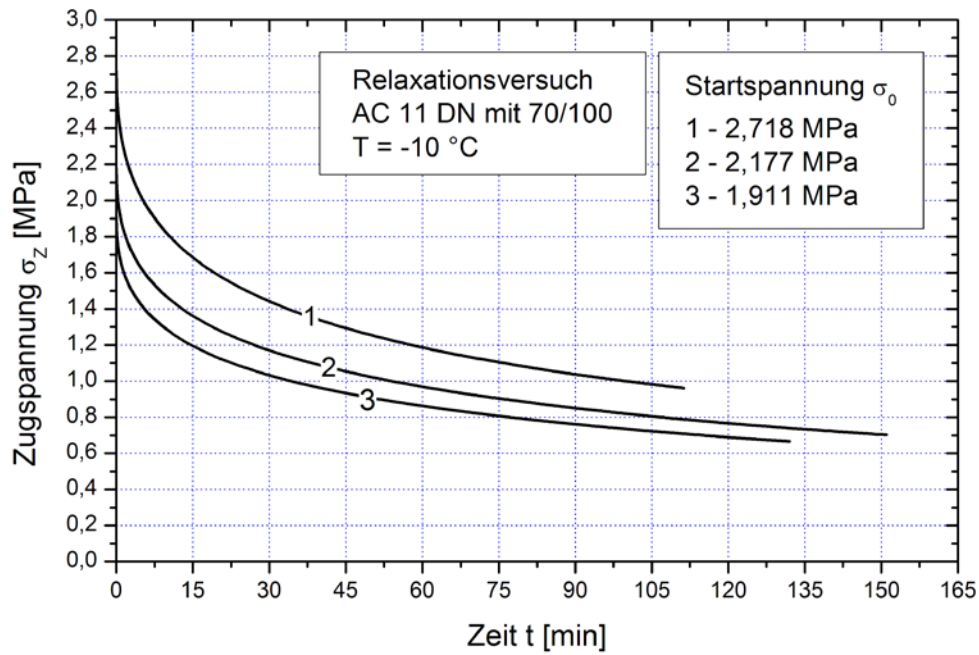


Abbildung 2-13: Relaxationsversuch - Spannungsverläufe über die Zeit bei unterschiedlichen Startspannungen für eine Prüftemperatur von T = -10 °C

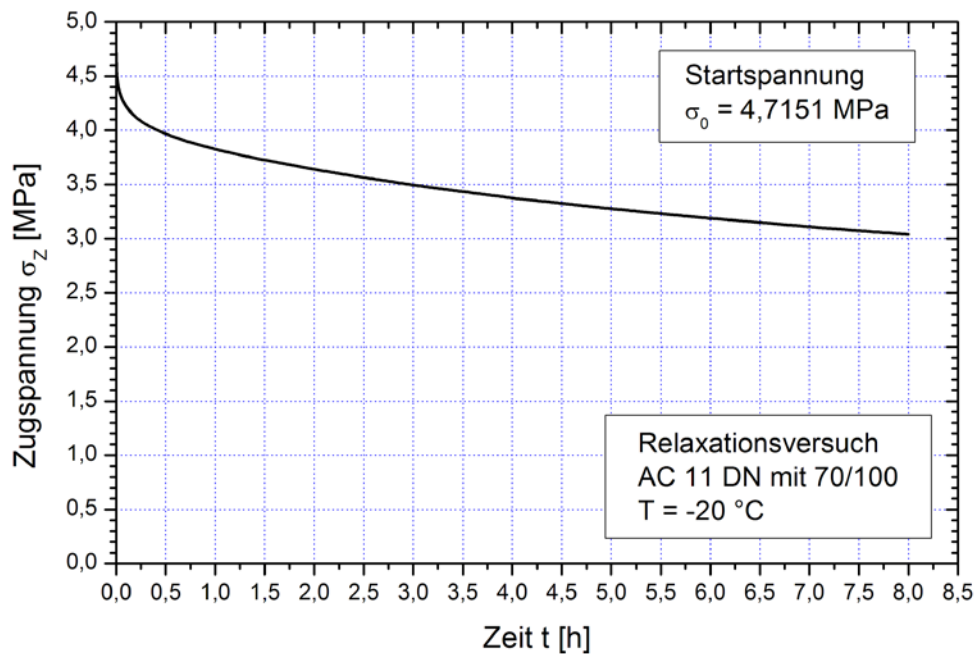


Abbildung 2-14: Relaxationsversuch - Spannungsverlauf über die Zeit für eine Prüftemperatur von T = -20 °C

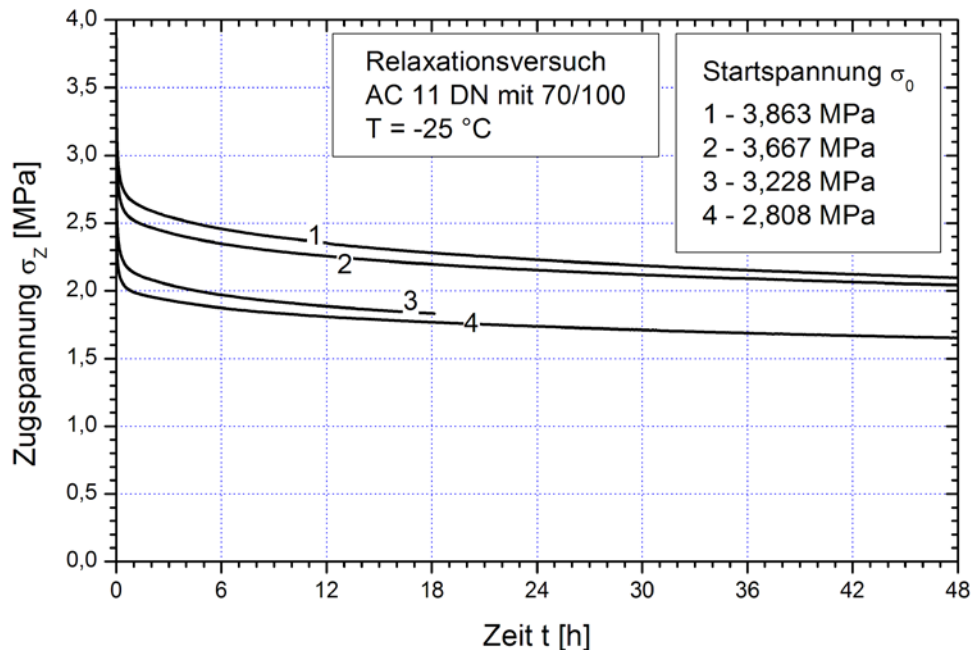


Abbildung 2-15: Relaxationsversuch - Spannungsverläufe über die Zeit bei unterschiedlichen Startspannungen für eine Prüftemperatur von $T = -25\text{ °C}$

Bei den Prüftemperaturen $T = -20\text{ °C}$ und $T = -25\text{ °C}$ wird keine vollständige Relaxation erreicht. Es verbleibt auch nach Versuchende, d.h. nach 48 h, eine Restspannung von über 50 % der Startspannung im Probekörper.

Die Abbildungen 2-10 bis 2-16 zeigen weiterhin, dass die Spannung umso schneller fällt, je höher die Prüftemperatur ist. Dabei muss beachtet werden, dass bei hohen Temperaturen nur deutlich geringere Startspannungen σ_0 aufgebracht werden können.

Für die Versuche mit mehreren Startspannungen - also Versuche bei den Prüftemperaturen $T = +20\text{ °C}$, $T = -10\text{ °C}$ und $T = -25\text{ °C}$ - soll zusätzlich untersucht werden, ob die Geschwindigkeit des Spannungsabfalls von der Startspannung abhängig ist.

Dazu wurden die Relaxationskurven differenziert, d.h. es wurden die Spannungsänderungen über die Zeit dargestellt. Die Abbildungen 2-17 bis 2-19 zeigen die über die Zeit abgeleiteten Spannungsverläufe. Für die Prüftemperaturen $T = -10\text{ °C}$ und $T = -25\text{ °C}$ traten verhältnismäßig starke Streuungen auf. Um eine anschauliche Darstellung der Differenzierung zu erlauben, wurden die Kurven jeweils zweimal mittels gleitendem Mittelwert geglättet. Dabei wird der zu glättende Wert x_i durch den Mittelwert der fünf Werte x_{i-2} bis x_{i+2} ersetzt.

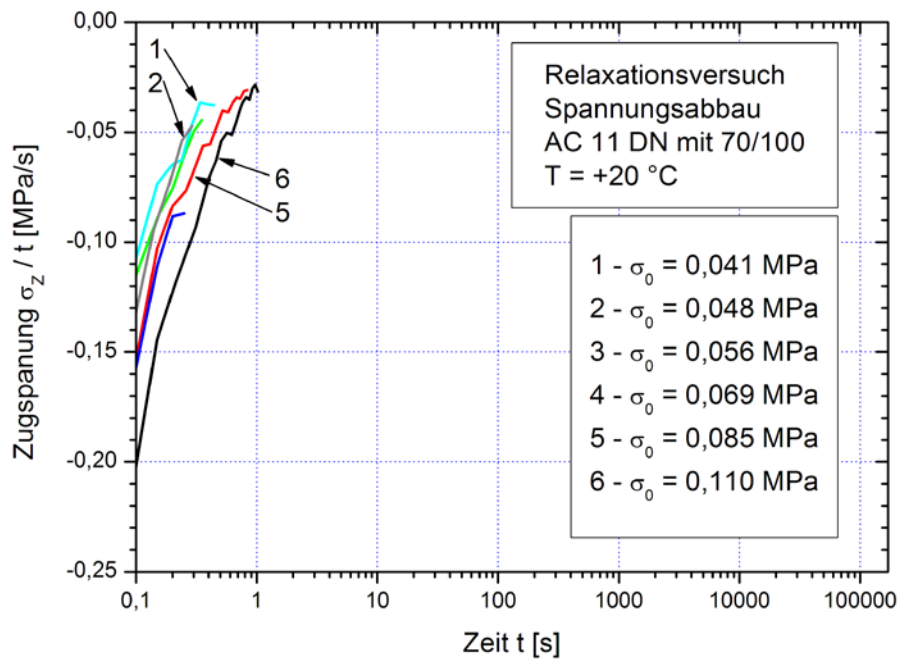


Abbildung 2-16: Relaxationsversuch - Spannungsabbau über die Zeit bei unterschiedlichen Startspannungen für eine Prüftemperatur von T = +20 °C

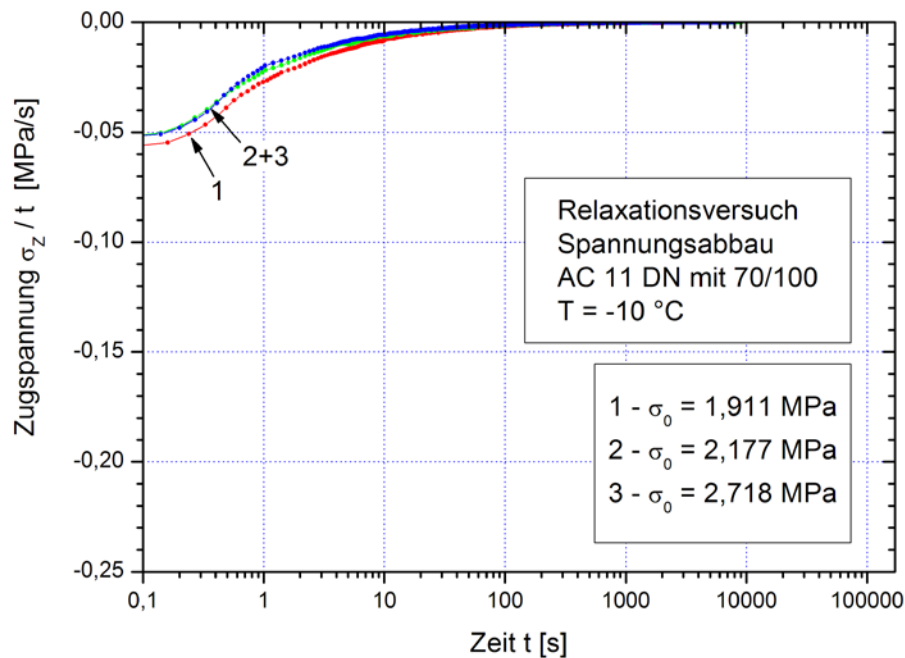


Abbildung 2-17: Relaxationsversuch - Spannungsabbau über die Zeit bei unterschiedlichen Startspannungen für eine Prüftemperatur von T = -10 °C

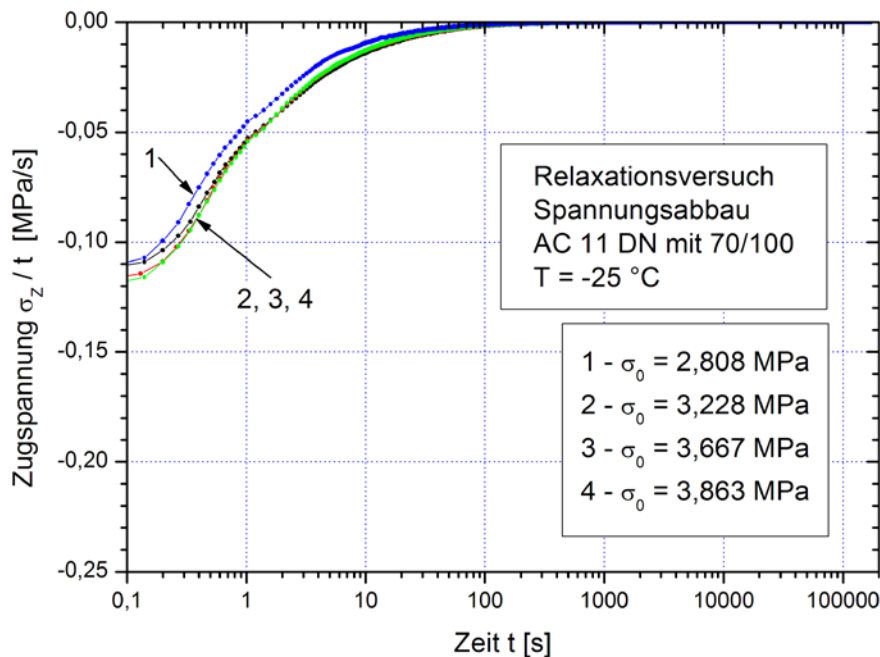


Abbildung 2-18: Relaxationsversuch - Spannungsabbau über die Zeit bei unterschiedlichen Startspannungen für eine Prüftemperatur von $T = -25\text{ °C}$

Die Abbildung 2-16 weist für $T = +20\text{ °C}$ keine eindeutige Aussage auf, doch ist der Trend zu erkennen, dass mit höheren Startspannungen σ_0 ein stärkerer Spannungsabfall eintritt.

Abbildung 2-17 zeigt bei $T = -10\text{ °C}$ dagegen deutlicher, dass mit höheren Startspannungen ein schwächerer Spannungsabfall zu erkennen ist.

In Abbildung 2-18 kann für $T = -25\text{ °C}$ schließlich nur bei der geringsten Startspannung ein schwächerer Spannungsabfall erkannt werden. Für die verbleibenden drei Startspannungen sind die Spannungsabfälle praktisch gleich.

Die Abbildungen 2-17 bis 2-19 sind mit gleicher Ordinate bzw. Abszisse gezeichnet. Sie zeigen, dass bei $T = +20\text{ °C}$ der schnellste Spannungsabfall stattfindet. Bei $T = -10\text{ °C}$ findet der langsamste Spannungsabfall statt, während er bei $T = -25\text{ °C}$ wieder etwas ausgeprägter ist. Eine weitergehende Analyse soll hier nicht vorgenommen werden.

2.2.4 Zugversuche

Bei statischen Zugversuchen (Uniaxial Tension Stress Test, UTST) wird ein Probekörper bei einer konstanten Prüftemperatur mit einer Geschwindigkeit von $1,0\text{ mm/min} = 0,10417\text{ \%}/\text{s}$ (Standardversuchsbedingung) auseinander gezogen, bis er bricht.

Dazu wird ein Probekörper spannungsfrei auf die gewünschte Prüftemperatur (Standardprüftemperaturen sind +20 °C, +5 °C, -10 °C und -25 °C) abgekühlt und anschließend auseinander gezogen.

Zur Bewertung wird die zum Zeitpunkt des Bruches beobachtete Dehnung und Zugspannung herangezogen. Alternativ werden auch die Dehnungsänderungen und Zugspannungen bei Maximalkraft verwendet. Die Ergebnisse werden als Bruchdehnung ε_{br} und Zugfestigkeit β_Z bezeichnet.

Im Rahmen dieser Arbeit wird der gesamte Verlauf der Zugspannung über die erzwungene Dehnung betrachtet.

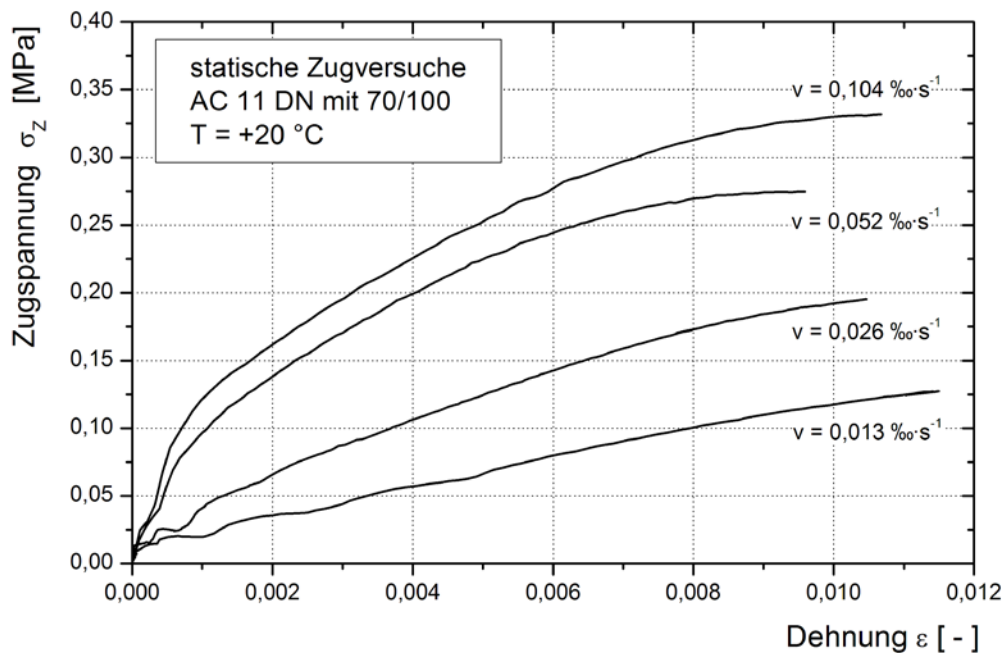


Abbildung 2-19: Statischer Zugversuch - Mittlerer Verlauf der Zugspannungen bei unterschiedlichen Ziehgeschwindigkeiten und einer Prüftemperatur von $T = +20\text{ °C}$

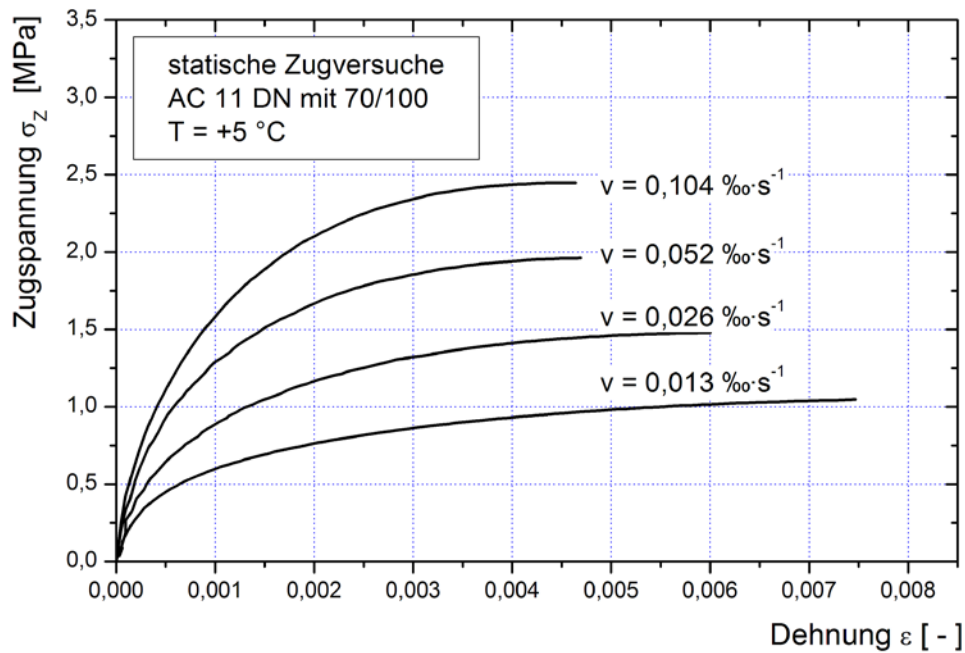


Abbildung 2-20: Statischer Zugversuch - Mittlerer Verlauf der Zugspannungen bei unterschiedlichen Ziehgeschwindigkeiten und einer Prüftemperatur von $T = +5\text{ °C}$

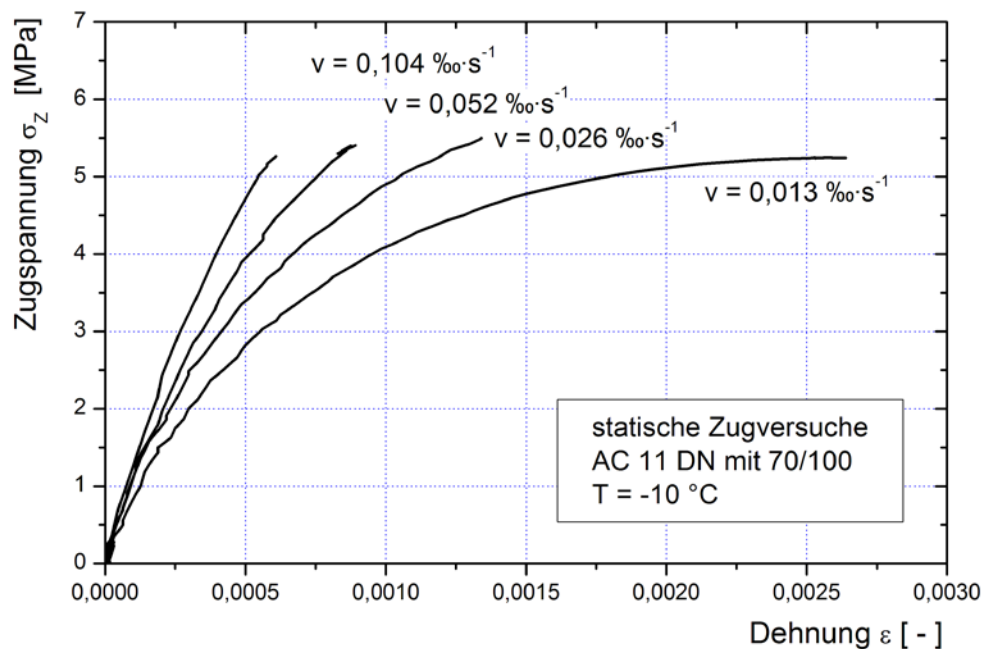


Abbildung 2-21: Statischer Zugversuch - Mittlerer Verlauf der Zugspannungen bei unterschiedlichen Ziehgeschwindigkeiten und einer Prüftemperatur von $T = -10\text{ °C}$

In den Abbildungen 2-20 bis 2-22 wird der Verlauf der Zugspannungen über die erzwungene Dehnung der Probekörper als Mittel aus mindestens zwei, in der Regel drei Versuchen bei unterschiedlichen Ziehgeschwindigkeiten und Temperaturen dargestellt.

Aufgrund der geringen Dehnungen bei $T = -25\text{ °C}$ streuen die Spannungsverläufe sehr stark. Deshalb wurden die Daten mittels eines gleitenden Mittelwertes geglättet. Der zu glättende Wert x_i wird durch den Mittelwert der fünf Werte x_{i-2} bis x_{i+2} ersetzt. Abbildung 2-22 zeigt den gemessenen Spannungsverlauf und Abbildung 2-23 die daraus geglätteten Kurvenverläufe.

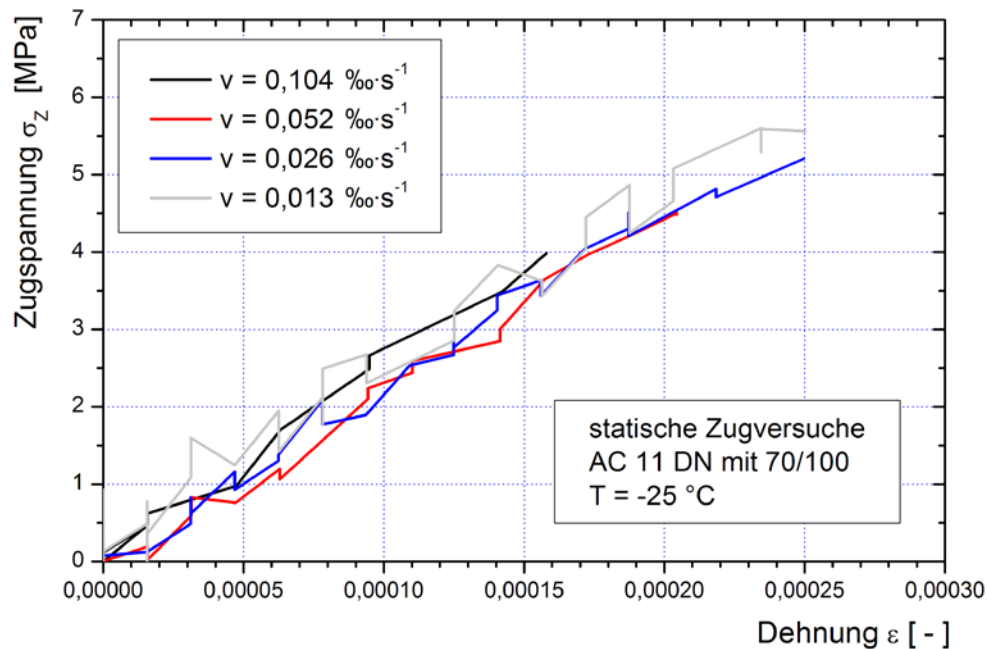


Abbildung 2-22: Statischer Zugversuch - Gemessener, mittlerer Verlauf der Zugspannungen bei unterschiedlichen Ziehgeschwindigkeiten und einer Prüftemperatur von $T = -25\text{ °C}$

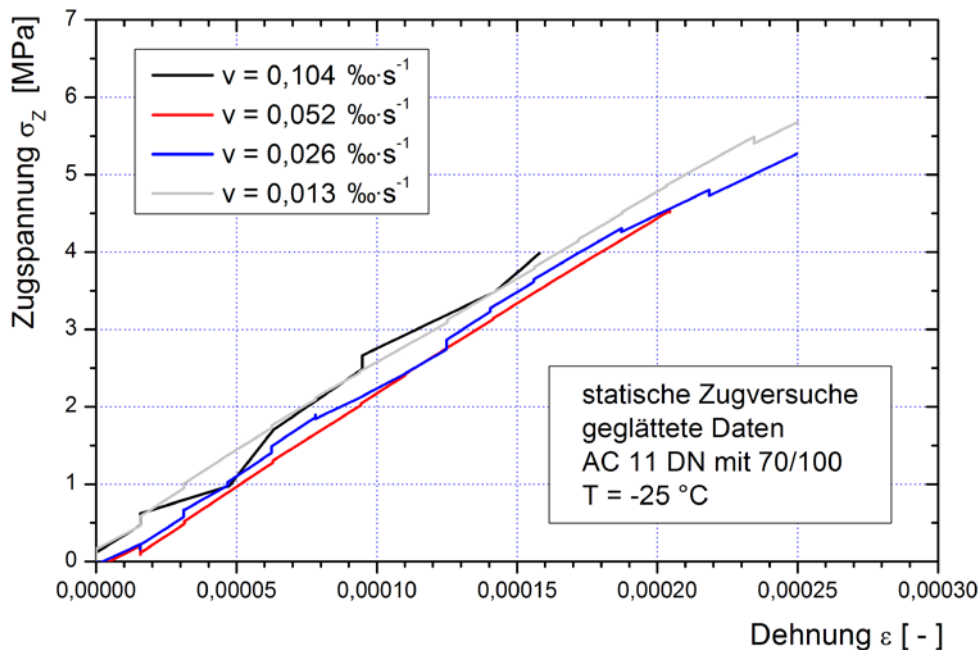


Abbildung 2-23: Statischer Zugversuch - Geglätteter, mittlerer Verlauf der Zugspannungen bei unterschiedlichen Ziehgeschwindigkeiten und einer Prüftemperatur von $T = -25 \text{ } ^\circ\text{C}$

Die Abbildungen 2-20 bis 2-22 zeigen, dass die Spannungen mit steigender Ziehgeschwindigkeit schneller ansteigen. Dieses Verhalten wurde bereits von Tons et al. (1963) und Pucci et al. (2004) an Asphaltproben festgestellt.

Bei der Prüftemperatur von $T = -25 \text{ } ^\circ\text{C}$ kann diese Aussage nicht bestätigt werden. Aufgrund der Steifigkeit des Materials kann keine Abhängigkeit erkannt werden. Auch dieses temperaturabhängige Verhalten konnte bereits von Tons et al. (1963) beobachtet werden.

Die Abhängigkeit der Zugfestigkeit β_Z von der Prüftemperatur – mit sinkender Prüftemperatur steigen die Zugfestigkeiten, bis ein Maximum bei ungefähr $-10 \text{ } ^\circ\text{C}$ erreicht wird – ist ebenfalls bekannt (siehe z.B. Pucci et al., 2004).

Die Abbildungen 2-20 bis 2-24 zeigen die Spannungszunahme über die erzwungene Dehnung. Im Idealfall erzwingt die Prüfapparatur einen (näherungsweise) linearen Zuwachs der Dehnung mit der Zeit. In der Praxis muss aber zu Beginn das Spiel im Getriebe oder in den Aufhängungen überwunden werden, so dass die quasi lineare Dehnungsänderung erst zeitversetzt beginnt. Weiterhin tritt bei langsamen Ziehgeschwindigkeiten ein Anpassungsprozess auf, währenddessen sich die Ziehgeschwindigkeit allmählich dem vorgegebenen Wert nähert.

Im Folgenden soll der speziellen Fragestellung nachgegangen werden, ob ein systematischer Zusammenhang zwischen der Zeit oder Temperatur und dem Zeitpunkt des Erreichens einer konstanten Dehnungsänderung besteht.

Dazu wird in den Abbildungen 2-25 bis 2-28 jeweils die erzwungene Dehnung über die Zeit für die gesamte Versuchsdauer aufgetragen. In diesen Diagrammen ist für jede Ziehgeschwindigkeit eine Trendlinie eingezeichnet, welche die Phase der konstanten Dehnungsänderung markiert.

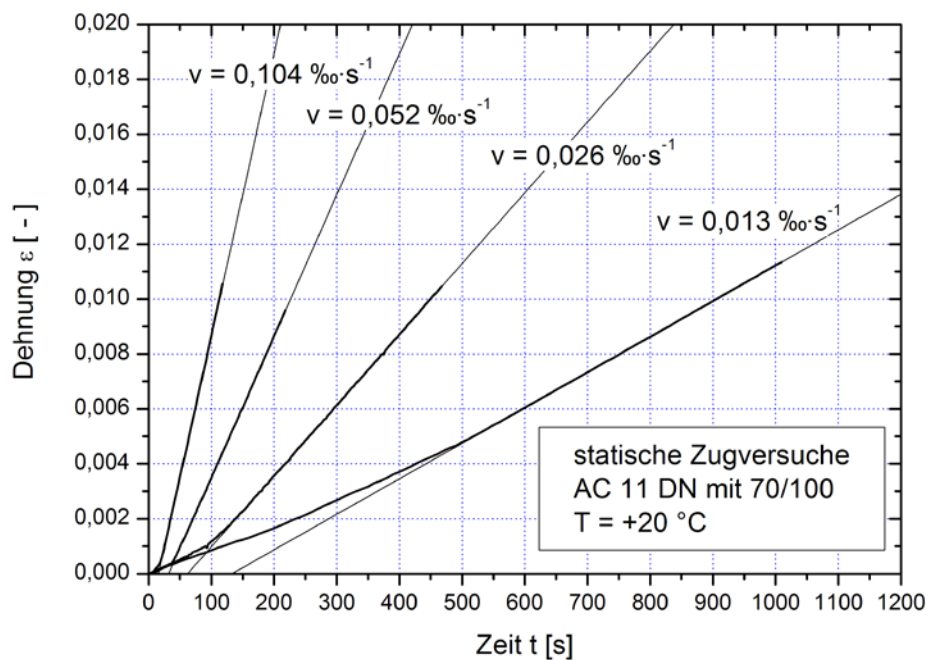


Abbildung 2-24: Statischer Zugversuch - Verlauf der Dehnungen über die Zeit bei Zugversuchen mit einer Prüftemperatur von $T = +20 \text{ } ^\circ\text{C}$

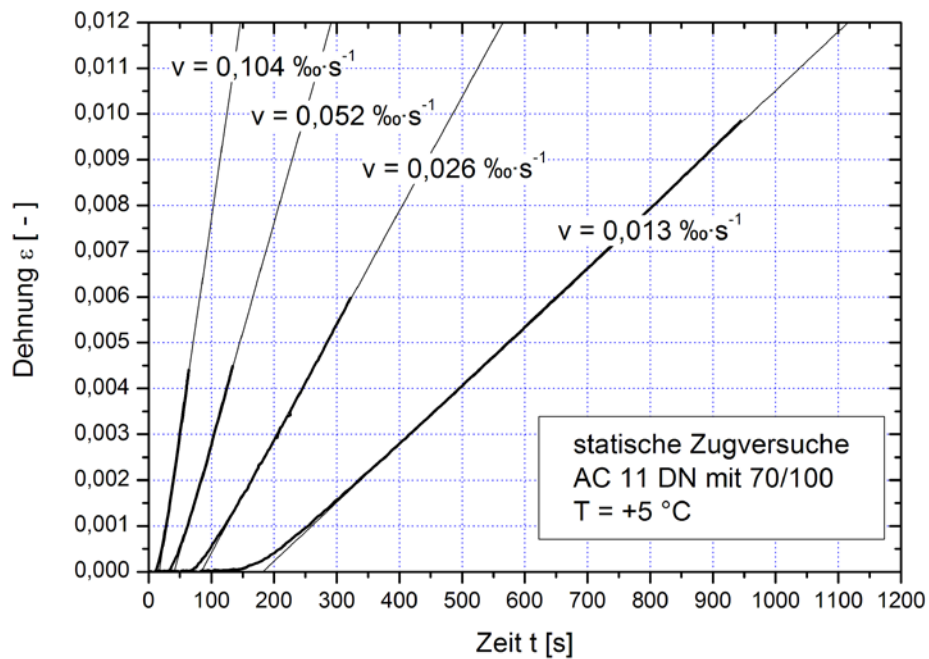


Abbildung 2-25: Statischer Zugversuch - Verlauf der Dehnungen über die Zeit bei Zugversuchen mit einer Prüftemperatur von $T = +5\text{ °C}$

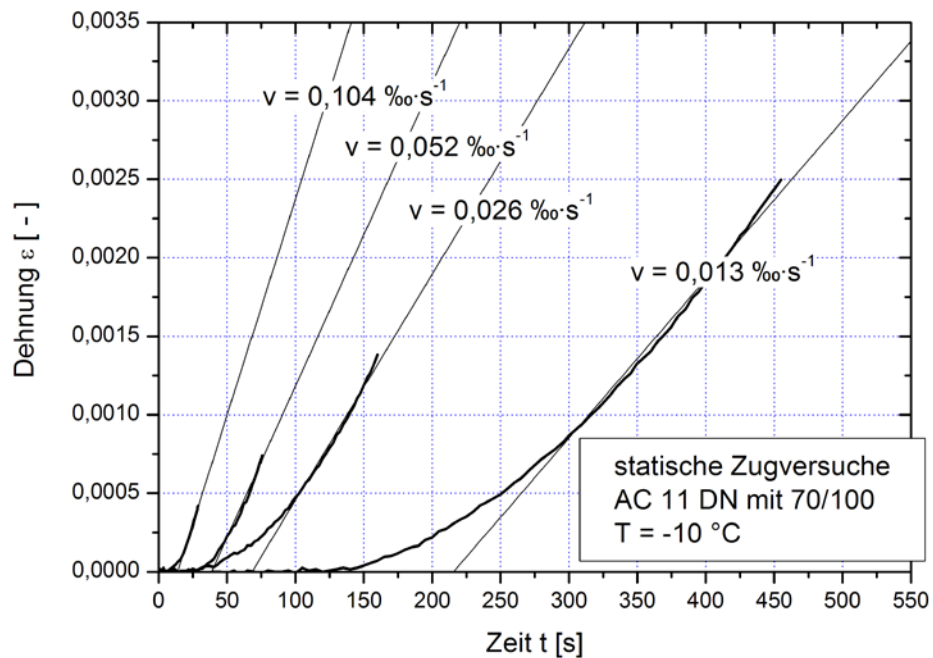


Abbildung 2-26: Statischer Zugversuch - Verlauf der Dehnungen über die Zeit bei Zugversuchen mit einer Prüftemperatur von $T = -10\text{ °C}$

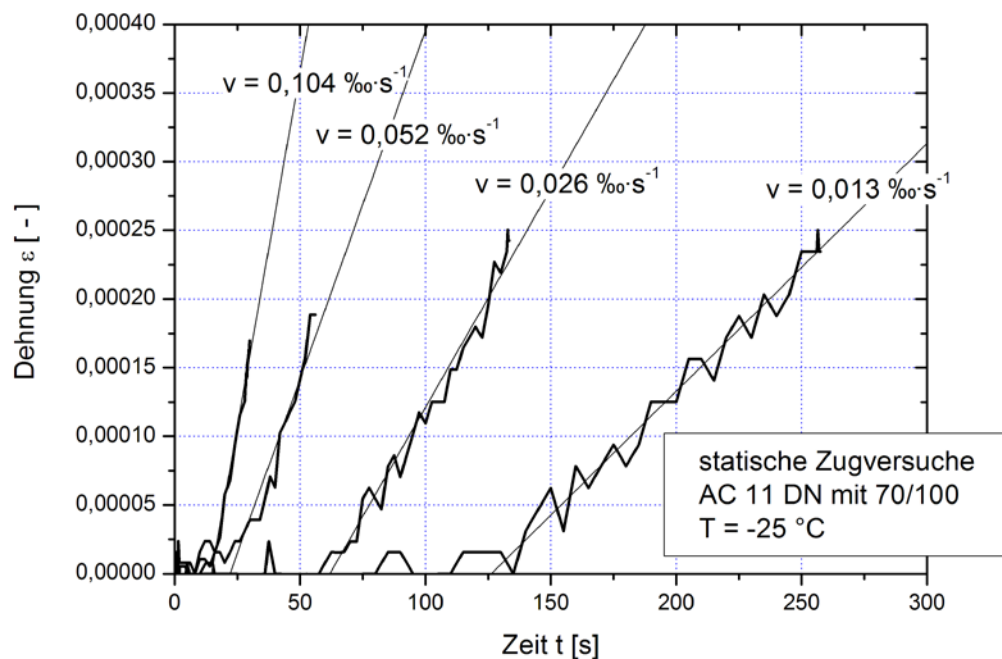


Abbildung 2-27: Statischer Zugversuch - Verlauf der Dehnungen über die Zeit bei Zugversuchen mit einer Prüftemperatur von $T = -25 \text{ °C}$

In den Abbildungen 2-25 bis 2-28 kann insbesondere für einige der langsamen Ziehgeschwindigkeiten erkannt werden, dass erst eine Anpassungsphase vergeht, bis eine konstante Ziehgeschwindigkeit erreicht wird. Da dieser Prozess für eine Ziehgeschwindigkeit von $0,104 \text{ ‰/s} = 1,0 \text{ mm/min}$ vernachlässigt werden kann, sind die Standardprüfbedingungen kaum betroffen.

In der folgenden Tabelle 2-2 wird die Zeit t_{dehn} , d.h. die Zeit bis die gewünschte Dehngeschwindigkeit v erreicht wird, anhand der vorherigen Abbildungen dokumentiert. Es wird der Schnittpunkt der Trendlinie mit der Abszisse (Dehnung = 0) über die Temperatur eingetragen. Die oben genannte Anpassungsphase wird dabei vernachlässigt.

Tabelle 2-2: Statischer Zugversuch - Zeit und Weg bis zum Erreichen einer konstanten Dehngeschwindigkeit v

Temperatur T [°C]	Ziehgeschwindigkeit v [‰/s]			
	Zeit t_{dehn} [s] und dabei zurückgelegter Weg s_{dehn} [mm]			
	0,10417	0,05208	0,02604	0,01302
+20	15,5 s 0,2583 mm	31,9 s 0,2658 mm	62,0 s 0,2583 mm	132,9 s 0,2215 mm
+5	16,8 s 0,2800 mm	40,9 s 0,3408 mm	83,5 s 0,3479 mm	182,1 s 0,3035 mm
-10	13,8 s 0,2300 mm	38,6 s 0,3217 mm	68,2 s 0,2842 mm	215,6 s 0,3593 mm
-25	14,6 s 0,2433 mm	22,0 s 0,1833 mm	61,9 s 0,2579 mm	126,3 s 0,2105 mm

Die Tabelle 2-2 lässt erkennen: Je langsamer die Ziehgeschwindigkeit ist, desto länger dauert es, bis eine konstante Dehnungsrate erreicht wird. Weiterhin scheint es, dass bei der langsamsten Ziehgeschwindigkeit diese Zeitdauer t_{dehn} von der Temperatur beeinflusst wird. Eine eindeutige Aussage kann diesbezüglich aber nicht getroffen werden. Es sei darauf hingewiesen, dass hier ein Verhalten der Prüfapparatur dargestellt wird und nicht dem Materialverhalten zuzuschreiben ist.

Die Zeit bis zum Erreichen der konstanten Ziehgeschwindigkeit t_{dehn} steht offensichtlich in einem direkten Verhältnis zur Ziehgeschwindigkeit. Aus diesem Grund wurde in Tabelle 2-2 zusätzlich der dabei zurückgelegte Weg s_{dehn} – berechnet aus der Zeit t_{dehn} und der Ziehgeschwindigkeit v - eingetragen.

Der zurückgelegte Weg s_{dehn} ist in Abbildung 2-28 über die Ziehgeschwindigkeit v aufgetragen.

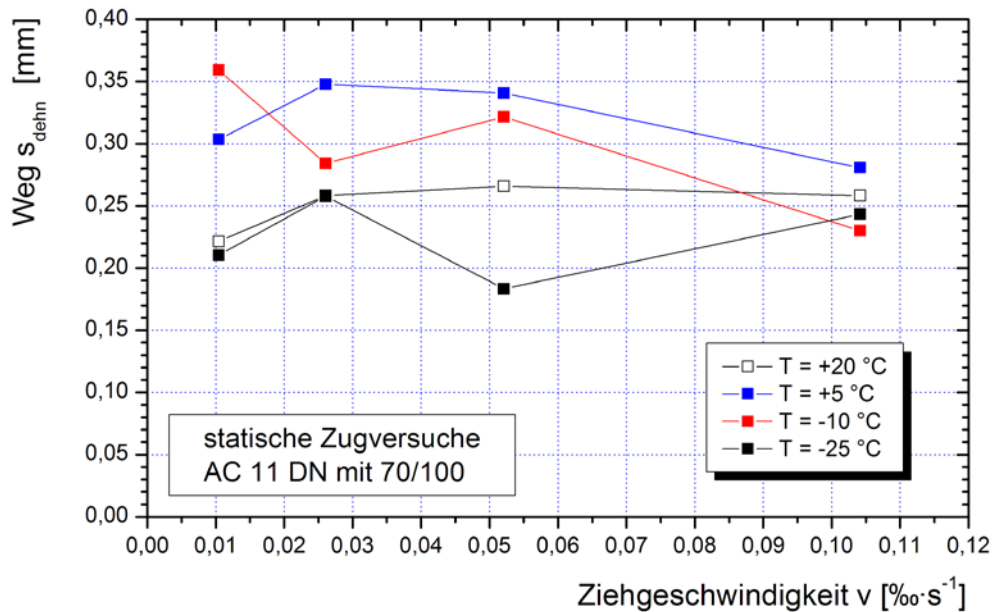


Abbildung 2-28: Statischer Zugversuch - Weg s_{dehn} bis eine konstante Dehngeschwindigkeit erreicht wird für unterschiedliche Temperaturen über die Ziehgeschwindigkeit v

Im Idealfall sollte der Weg s_{dehn} für alle Temperaturen und alle Ziehgeschwindigkeiten konstant bleiben. Dies bedeutet, dass in den Prüfapparaturen bei Prüfbeginn zunächst ein gleichbleibendes Spiel in der Aufhängung überwunden werden muss. Da jedoch drei unterschiedliche Prüfapparaturen eingesetzt wurden und das Getriebespiel nach der Vortemperierphase eine nicht bekannte Größe erreicht, treten hier Streuungen in einer Größenordnung von bis zu ~0,15 mm auf.

Eine Temperaturabhängigkeit kann als Trend erkannt werden. Demnach treten bei $T = +5$ °C und $T = -10$ °C tendenziell höhere Wege s_{dehn} auf, als bei $T = +20$ °C und $T = -25$ °C. Eine maschinentechnische Interpretation kann hier nicht erfolgen, da es viele - insbesondere kombinierte - Einflussgrößen gibt, welche eine Bewertung ohne weitergehende Untersuchungen nicht zulassen.

2.2.5 Abkühlversuche

Bei der Durchführung eines Abkühlversuches (Thermal Stress Restrained Specimen Test, TSRST) wird ein Probekörper - bei konstant gehaltener Länge - beginnend mit einer Temperatur von $T = +20\text{ °C}$ mit einer Temperaturrate von $\dot{T} = 10\text{ K/h}$ (Standardversuchsbedingung) abgekühlt. Aufgrund der Versuchsbedingungen - verhinderte Längenänderung - entstehen im Probekörper thermisch induzierte Zwangsspannungen. Diese thermisch induzierten Zwangsspannungen werden im Allgemeinen als kryogene Spannungen bezeichnet. Die kryogenen Spannungen erreichen im Versuchsverlauf schließlich die Zugfestigkeit, so dass der Probekörper bricht.

Neben den anfangs genannten Prüfvorschriften (FGSV, 1994) und (DIN EN 12697-46, 2009) ist dieser Versuch – basierend auf einem Besuch eines amerikanischen Kollegen am Institut für Straßenwesen der TU Braunschweig - mit ähnlichen Prüfbedingungen in der amerikanischen Norm (AASHTO TP 10-93, 1996) beschrieben.

Zur Bewertung des Verhaltens bei tiefen Temperaturen werden der gesamte Verlauf der kryogenen Spannung σ_Z sowie die Bruchtemperatur T_{br} und Bruchspannung σ_{br} herangezogen. Die kryogene Spannung wird über die Temperatur in ein Diagramm eingetragen.

In Abbildung 2-29 ist die hier genutzte Datenbasis von vier mittleren Spannungsverläufen bei unterschiedlichen Abkühlraten über die Temperatur eingezeichnet.

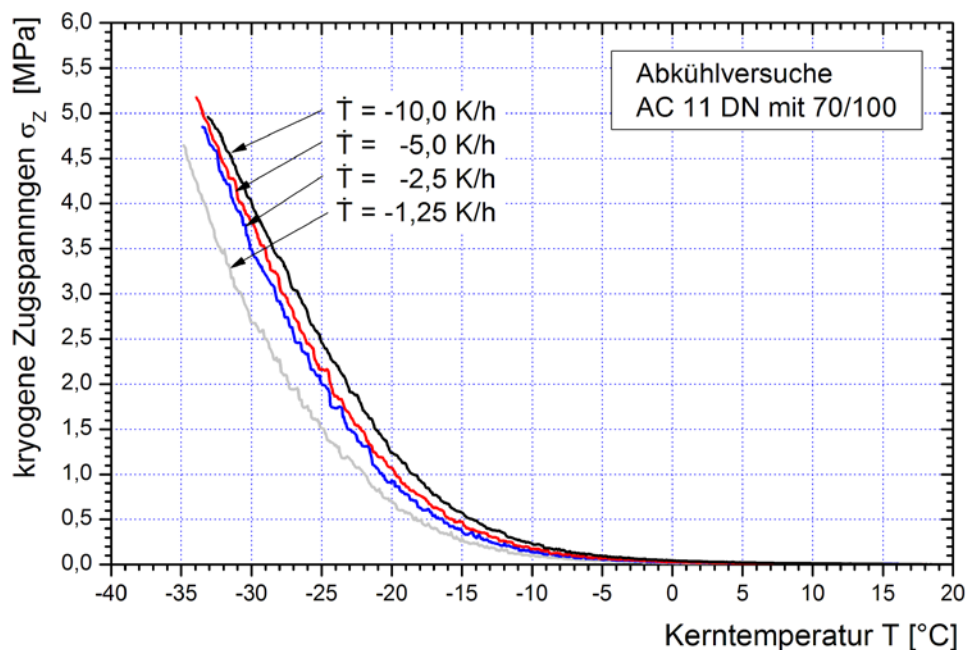


Abbildung 2-29: Abkühlversuch - Mittlere Verläufe der kryogenen Spannungen σ_Z über die Temperatur bei unterschiedlichen Abkühlraten

Wie Abbildung 2-29 zeigt, weisen die Kurven für die drei Abkühlraten von $\dot{T} = -10$ K/h, $\dot{T} = -5$ K/h und $\dot{T} = -2,5$ K/h eine leichte Abstufung von ca. 1,5 K in den tieferen Temperaturbereich auf. Die Abkühlrate von $\dot{T} = -1,25$ K/h zeigt jedoch eine größere Verschiebung von bis zu 3 K in den tieferen Temperaturbereich. Diese Tendenz wurde in weiteren, (nicht veröffentlichten) Versuchen am ISBS bestätigt.

3 Rheologische Modelle

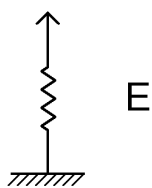
In diesem Kapitel werden rheologische Elemente und Modelle vorgestellt, welche im Bereich der konstitutiven Beschreibung von Asphalt gebräuchlich sind.

3.1 Einfache Elemente der Rheologie

Asphalt reagiert je nach den äußeren Einflüssen elastisch, viskos, spontan plastisch oder als Kombination der drei genannten Möglichkeiten. Die elastischen und viskosen Grundeigenschaften werden im Folgenden physikalisch interpretierbar beschrieben.

Die **Hooke'sche Feder** repräsentiert das elastische Verhalten. Sie kann als eine als masselos angenommene Spiralfeder, die eine Proportionalität zwischen Längenänderung und einwirkender Kraft aufweist, angesehen werden, siehe z.B. Reiner (1969) oder DIN 13343.

Die grafische Darstellung sowie die mathematische Beschreibung sind in Abbildung 3-1 dokumentiert.


$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{Gl. 1}$$

mit

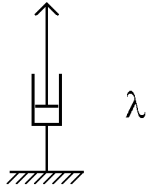
σ	= Spannung [MPa]
E	= Elastizitätsmodul [MPa]
ε	= Dehnung [-]

Abbildung 3-1: Grafische Darstellung der Hooke'schen Feder zur Interpretation des elastischen Verhaltens von Asphalt sowie deren mathematische Beschreibung

Spannungen werden in dieser Arbeit immer in der Dimension $\text{N/mm}^2 = \text{MPa}$ angegeben.

Der **Newton-Dämpfer** wird zur Beschreibung der Viskosität benutzt. Dabei wirkt ein als masselos angenommener Kolben in einer rein-viskosen Flüssigkeit, die sich wiederum in einem als endlos anzusehenden Zylinder befindet, wie ein Dämpfungsglied, siehe z.B. Reiner (1969) oder DIN 13343.

Die grafische Darstellung sowie die mathematische Beschreibung sind in Abbildung 3-2 dokumentiert.



λ

Gl. 2

$$\sigma = \lambda \cdot \dot{\epsilon}$$

mit

σ = Spannung [MPa]
 λ = Zugviskosität [MPa·s]
 $\dot{\epsilon}$ = Dehnungsänderung [s⁻¹]

Abbildung 3-2: Grafische Darstellung des Dämpfers zur Interpretation des viskosen Verhaltens von Asphalt sowie dessen mathematische Beschreibung

Entgegen der international üblichen Schreibweise η für die allgemeine Viskosität wird hier speziell die Zugviskosität mit λ bezeichnet. Zugviskositäten werden in dieser Arbeit immer in der Dimension N/mm²·s = MPa·s angegeben.

Die „klassische“ Art der Beschreibung der plastischen Eigenschaften ist das St.-Venant-Reibungselement, z.B. Reiner (1969). Hierbei handelt es sich um ein als masselos anzusehendes Reibungselement, welches auf einer Fläche ruht. Wird darauf eine Kraft ausgeübt, so erfolgt erst dann eine in der Größe unbestimmte Bewegung, wenn die Haftreibung und damit eine gewisse Kraft überwunden ist.

3.2 Allgemeine Modelle der Rheologie

Das Zusammenwirken der zuvor vorgestellten Elemente kann variiert werden, wobei sich nur wenige Kombinationen als allgemein gültig beziehungsweise für weit fassende Randbedingungen als gültig und nützlich erwiesen haben.

Es folgt die Beschreibung dreier in der Literatur (siehe z.B. Reiner (1969), Gartung (1996), Oeser (2004)) häufig benutzter Modelle, die aus Kombinationen der Grundelemente entstanden sind.

3.2.1 Maxwell-Modell

Aus einer Reihenschaltung von Feder und Dämpfer entsteht das Maxwell-Modell. Die einwirkende Kraft bzw. Spannung wirkt auf beide Elemente gleich, die resultierende Dehnung setzt sich aus den beiden Einzeldehnungen zusammen. Zur Vereinfachung wird im Weiteren die Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon}$ als Grundlage der Betrachtungen genommen. Für die Dehngeschwindigkeit gilt nach Gl. 1 und Gl. 2:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 \quad \text{mit} \quad \dot{\epsilon}_1 = \frac{\dot{\sigma}}{E} \quad \text{und} \quad \dot{\epsilon}_2 = \frac{\sigma}{\lambda} \quad \text{Gl. 3}$$

mit $\dot{\epsilon}$ = Dehnungsänderung [s^{-1}]
 $\dot{\sigma}$ = Spannungsänderung [$\text{MPa} \cdot \text{s}^{-1}$]
 E = Elastizitätsmodul [MPa]
 σ = Spannung [MPa]
 λ = Zugviskosität [$\text{MPa} \cdot \text{s}$]

Dies kann als lineare Differentialgleichung 1. Ordnung dargestellt werden:

Gl. 4



Abbildung 3-3: Grafische Darstellung des Maxwell-Modells zur Interpretation des Verhaltens von Asphalt sowie dessen mathematische Beschreibung

Das Maxwell-Modell ist gut geeignet, das qualitative Relaxationsverhalten von Asphalten zu beschreiben. Auf eine spontan erzwungene Dehnung, soll die Abhängigkeit der Spannung von der Zeit beschrieben werden. Dabei gilt, dass $\dot{\epsilon} = 0$ ist. Damit kann Gleichung Gl. 4 wie folgt umgeformt werden:

$$\dot{\sigma} + \sigma \frac{E}{\lambda} = 0 \quad \text{Gl. 5}$$

Diese lineare, homogene Differentialgleichung 1. Ordnung hat die folgende Lösung (siehe z.B. Reiner, 1969) und wird als Relaxationsfunktion bezeichnet:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E}{\lambda} \cdot t} = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{t}{t_R}}$$

Gl. 6

mit $\sigma(t)$ = Spannung [MPa] abhängig von der Zeit t [s]
 σ_0 = Spannung zum Zeitpunkt $t=0$ [MPa]
 t_R = λ/E = Relaxationszeit [s]

Die Abbildung 3-4 zeigt qualitativ das Verhalten des Maxwell-Modells auf eine spontan erzwungene Dehnung. Die Zeit t wird in Relation zur Relaxationszeit t_R angegeben, die Dehnung prozentual zur erzwungenen Dehnung Δs der Feder.

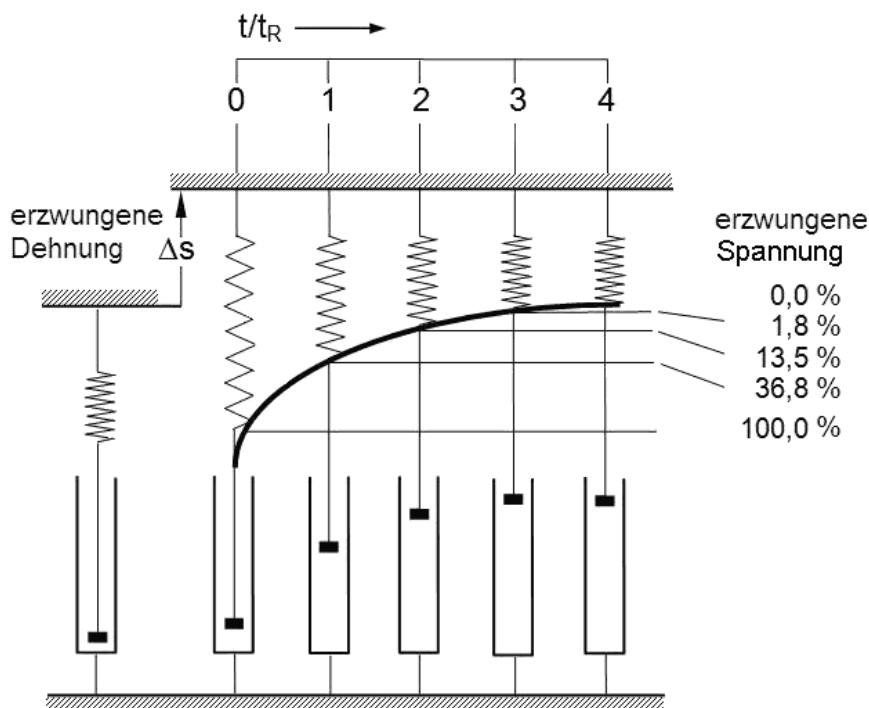
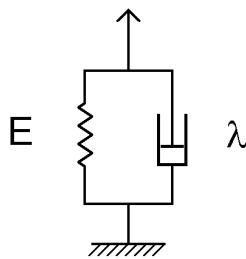


Abbildung 3-4: Prinzipielles Verhalten des Maxwell-Modells bei einem Relaxationsversuch (Arand, 1981)

3.2.2 Voigt-Kelvin-Modell

Das Voigt-Kelvin-Modell entsteht aus einer Parallelschaltung von Feder und Dämpfer. Im Gegensatz zum Maxwell-Modell wirkt auf beide Elemente dieselbe Dehnung, während sich die aufgebrachte Spannung unterschiedlich auf die beiden Elemente verteilt.

Als mathematische Beschreibung folgt aus Gl. 1 und Gl. 2:



$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = E \cdot \varepsilon + \lambda \cdot \dot{\varepsilon}$$

Gl. 7

mit σ = Spannung [MPa]
 E = Elastizitätsmodul [MPa]
 ε = Dehnung [-]
 λ = Zugviskosität [MPa·s]
 $\dot{\varepsilon}$ = Dehnungsänderung [s⁻¹]

Abbildung 3-5: Grafische Darstellung des Voigt-Kelvin-Modells zur Interpretation des Verhaltens von Asphalt sowie dessen mathematische Beschreibung

Das Voigt-Kelvin-Modell wird oft benutzt, um die Abhängigkeit der Dehnung über die Zeit, bei konstanter Spannung, zu beschreiben. Dazu wird Gl. 7 wie folgt umgestellt.

$$\dot{\varepsilon} + \varepsilon \frac{E}{\lambda} - \frac{\sigma}{\lambda} = 0$$

Gl. 8

Unter der Voraussetzung $\sigma = \text{konst.}$ hat diese lineare, inhomogene Differentialgleichung 1. Ordnung die folgende Lösung (siehe z.B. Reiner, 1969) und wird als Kriechfunktion bezeichnet:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \left(1 - e^{-\frac{E}{\lambda} t} \right)$$

Gl. 9

mit $\varepsilon(t)$ = Dehnung [-] abhängig von der Zeit t [s]
 σ_0 = Spannung zum Zeitpunkt $t=0$ [MPa]
 E = Elastizitätsmodul [MPa]
 λ = Zugviskosität [MPa·s]

3.2.3 Burgers-Modell

Aus einer Reihenschaltung von Voigt-Kelvin- und Maxwell-Modell entsteht das Burgers-Modell. Die einwirkende Kraft wirkt auf beide Modelle gleich, die resultierende Dehnung setzt sich aus den beiden Einzeldehnungen zusammen. Auch hier wird zur Vereinfachung im Weiteren die Dehngeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ betrachtet. Damit folgt nach Gl. 4 und Gl. 8:

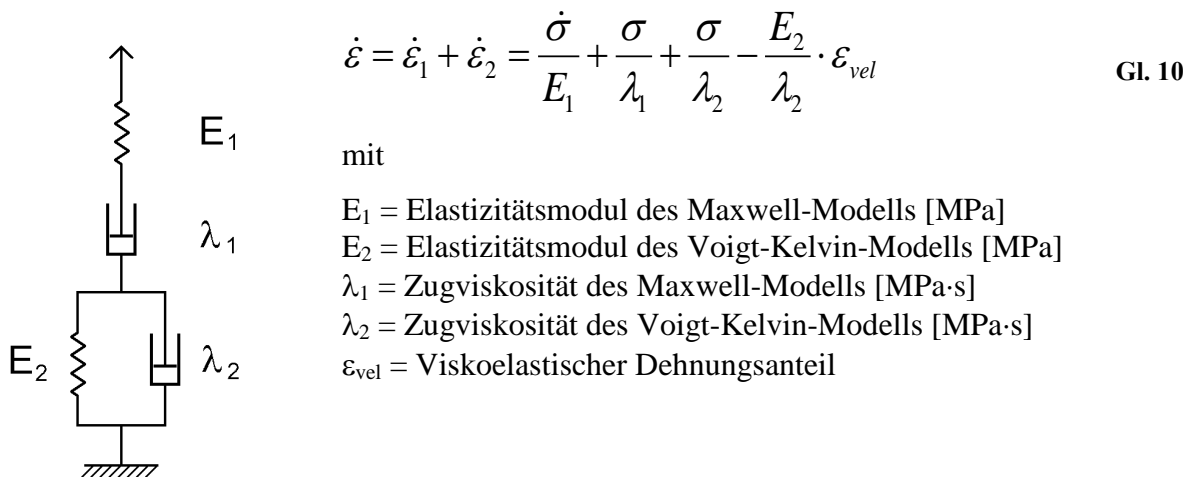


Abbildung 3-6: Grafische Darstellung des Burgers-Modells zur Interpretation des Verhaltens von Asphalt sowie dessen mathematische Beschreibung

Der Sonderfall $\sigma = \text{konst.}$ und $\dot{\sigma} = 0$, welcher einen Retardationsversuch (TCT) darstellt, (siehe Kapitel 2.2.2), kann als lineare, homogene Differentialgleichung 1. Ordnung beschrieben werden und hat die Lösung:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{\lambda_1} \cdot t + \frac{\sigma}{E_2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\lambda_2} t} \right) \quad \text{Gl. 11}$$

Der Lösungsweg der Gl. 11 kann in Reiner (1969) nachgeschlagen werden und wird z.B. von Hase (1991), Sörensen (2000) oder Mollenhauer (2008) verwendet.

In Abbildung 3-7 wird die qualitative Antwort des Burgers-Modells auf einen Spannungssprung bzw. dessen Rücknahme dargestellt. Die Reaktion des Burgers-Modells kommt den Ergebnissen eines Retardationsversuches sehr nahe.

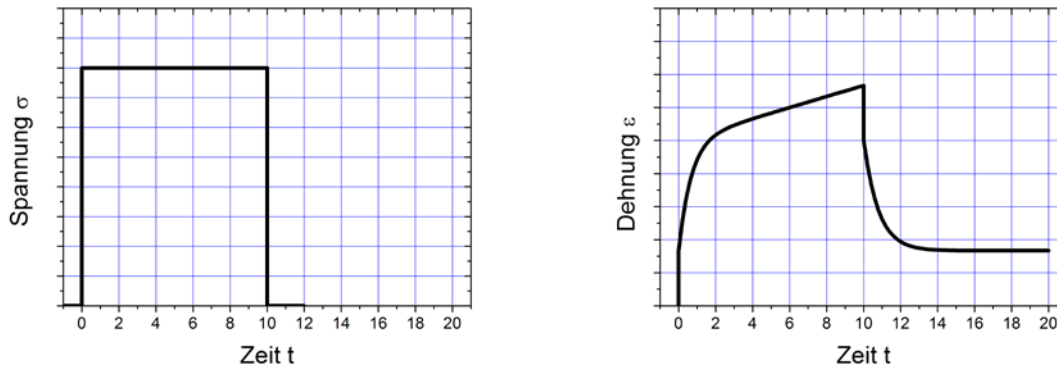


Abbildung 3-7: Qualitative Darstellung der Reaktion des Burgers-Modells (rechts) auf eine spontan erzwungene Zug- oder Druckspannung (links)

3.3 Spezielle rheologische Modelle

Im Folgenden werden rheologische Modelle vorgestellt, die zum einen auf die Prüfbedingungen der in Kapitel 2.2 vorgestellten Prüfverfahren eingehen und zum anderen eine mögliche Schädigung während des Prüfvorganges berücksichtigen.

3.3.1 Retardationsversuche

Gartung (1996) untersuchte die Ergebnisse verschiedener Versuche an Asphalten im Zug- und Druckbereich. Sein Modell entwickelte er anhand von Retardationsversuchen (siehe Kapitel 2.2.2). In seinem Modell wird eine Schädigung berücksichtigt. Als Grundlage dient das Burgers-Modell, auf dessen Dämpfer λ_1 eine Schädigungsfunktion D angesetzt wurde, siehe Abbildung 3-8.

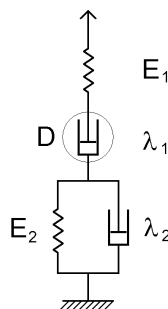


Abbildung 3-8: Modell zur Beschreibung von Retardationsversuchen nach Gartung (1996) mit Schädigung des Dämpfers λ_1

Die viskose Dehnungsänderung $\dot{\epsilon}_{vi}$ wird ersetzt durch:

$$\dot{\epsilon}_{vis} = A \cdot \tilde{\sigma}^n = A \cdot \left(\frac{\sigma}{1-D} \right)^n \quad \text{Gl. 12}$$

mit A = Arrhenius-Funktion
 $\tilde{\sigma}$ = Spannung mit Einfluss der Schädigung [MPa]
 σ = Versuchsspannung [MPa]
 n = exponentieller Parameter [-]
 D = Schädigungsfunktion

Die Arrhenius-Funktion lautet:

$$A = a \cdot e^{-\frac{Q}{R \cdot T}} \quad \text{Gl. 13}$$

mit a = Strukturparameter [(MPa)⁻ⁿ·s⁻¹]
 Q = Aktivierungsenergie [kJ/mol]
 R = allgemeine Gaskonstante = 8,3143·10⁻³ [kJ/(mol·K)]
 T = Temperatur [K]

Die Schädigungsfunktion D wird in Abhängigkeit von der Spannung σ , der Temperatur T und der Zeit t für den Druck- und Zugbereich, inklusive eines Erholungsansatzes für monotone, d.h. statische Versuchsbedingungen, angegeben:

$$D(\sigma, T, t) = 1 - \left[\left\langle \frac{-\sigma}{C} \right\rangle^r \cdot e^{a_1 \cdot T} \cdot (k+1) \cdot t + (1 - D_0)^{k+1} \right]^{\frac{1}{k+1}} \quad \text{Gl. 14}$$

mit σ = Spannung
 C = Parameter für Erholungsprozess
 $\langle \rangle$ = Föppel-Symbol = Term gilt nur für Zugspannungen ($\sigma > 0$), nicht bei
 Druckspannungen ($\sigma < 0$)
 r = exponentieller Schädigungsparameter
 a_1 = Einfluss der Temperatur
 T = Temperatur
 k = Schädigungsparameter
 t = Zeit
 D_0 = Schädigung zum Zeitpunkt t=0

Oeser (2004) beschreibt zur dreidimensionalen numerischen Simulation sowohl Schädigungs- als auch Heilungsphänomene.

Hierbei wird dem Burgers-Modell ein weiteres Element in Reihe zugeschaltet, welches diese Funktionen übernimmt (siehe Abbildung 3-9).

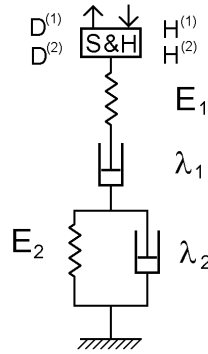


Abbildung 3-9: Modell zur Beschreibung von Retardationsversuchen nach Oeser (2004) mit Schädigungs- und Heilungselement

Mit diesem S&H-Körper wird die überproportionale Dehnungszunahme in der tertiären Phase berücksichtigt:

$$\varepsilon_{tr} = \frac{D^{(2)}}{D^{(1)}} \cdot \left(e^{D^{(1)} \cdot t} - 1 \right) \cdot \sigma \quad \text{Gl. 15}$$

mit ε_{tr} = Dehnungszunahme der tertiären Phase
 $D^{(1)}, D^{(2)}$ = Schädigungsparameter [-]
 σ = konstante Zugspannung [MPa]
 t = Zeit

Die Dehnung ε_{tr} steigt zunächst vernachlässigbar langsam an, um dann exponentiell zu wachsen.

Für die Heilungsprozesse wird der gleiche Ansatz wie für die Schädigung benutzt. Dafür wird vorausgesetzt, dass im Anschluss an eine Zugspannung eine Lastpause folgt und dann spontan eine Druckspannung auf die Probe ausgeübt wird. Im Laufe dieser Druckspannung setzt die Heilungsdehnung ein, welche die tertiären Verformungen (theoretisch) wieder zurückbilden kann.

Der S&H-Körper wird analytisch in das Burgers-Modell eingebunden, wodurch es gelingt, eine geschlossene Lösung anzugeben:

$$\varepsilon(t) = \sigma \cdot \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\lambda_2} t} \right) + \frac{t}{\lambda_1} + \frac{D^{(2)}}{D^{(1)}} \cdot \left(e^{D^{(1)} \cdot t} - 1 \right) \right] \quad \text{Gl. 16}$$

mit $\varepsilon(t)$ = Dehnung zum Zeitpunkt t
 σ = konstante Zugspannung [MPa]
 $E_1, E_2, \lambda_1, \lambda_2$ = Parameter des Burgers-Modells
 $D^{(1)}, D^{(2)}$ = Schädigungsparameter [-]

Oeser gibt an, dass diese analytische Lösung nur im Proportionalitätsbereich der Burgers-Parameter angewandt werden kann. Damit stellt sich jedoch die Frage, ob der überproportionale Anstieg der Dehnung $\varepsilon(t)$ noch in diesem Bereich liegt, oder ob dieser Anstieg bedeutet, dass bereits der nicht-lineare Bereich erreicht wurde? Im nicht-linearen Bereich erfolgt die Lösung des S&H-Körpers dann numerisch, wie es für alle rheologischen Modelle zutrifft.

Aschenbrenner (2006) stellt ein Modell vor, in dem er das Stoffverhalten des Bitumens, des Gesteinskörnungsgemisches und daraus zusammengesetzt das Verhalten von Asphalt beschreibt.

Sein Modell basiert auf dem Burgers-Modell, jedoch ersetzt er die viskosen Elemente durch eine fraktionale Ableitung (siehe Abbildung 3-10). Dieses Element wird als fraktionaler Dämpfer oder *spring-pot* bezeichnet. Diese können, abhängig vom Faktor α ($0 \leq \alpha \leq 1$), das Verhalten zwischen einer Feder ($\alpha = 0$) und einem Dämpfer ($\alpha = 1$) simulieren.

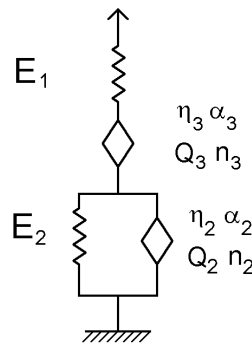


Abbildung 3-10: Modell zur Beschreibung des Verhaltens von Bitumen nach Aschenbrenner (2006)

Zur Berechnung des Spannungs- / Dehnungsverhaltens gibt Aschenbrenner folgendes System fraktionaler Gleichungen an:

$$\dot{\varepsilon}_{ges} - \frac{\dot{\sigma}}{E_1} - \dot{\varepsilon}_{vel} - \dot{\varepsilon}_{vis} = 0$$

$$\sigma - \tilde{\eta}_2 \cdot D^{\alpha_2} \varepsilon_{vel} - E_2 \cdot \varepsilon_{vel} = 0$$

$$\sigma - \tilde{\eta}_3 \cdot D^{\alpha_3} \varepsilon_{vis} = 0$$

Gl. 17

mit	$\dot{\epsilon}_{ge}, \dot{\epsilon}_{vi}, \dot{\epsilon}_{ve}$	= Dehnungsänderung (gesamt, viskoplastisch, viskoelastisch) [s^{-1}]
	$\sigma, \dot{\sigma}$	= Spannung [MPa] und Spannungsänderung [$MPa \cdot s^{-1}$]
	E_1, E_2	= Elastizitätsmoduln [MPa]
	$\tilde{\eta}_2, \tilde{\eta}_3$	= Viskositäten der fraktionalen Elemente [MPa·s]
	$D^{\alpha_2} \epsilon_{vel}$	= Fraktionale Ableitung der viskoelastischen Dehnungen
	$D^{\alpha_3} \epsilon_{vis}$	= Fraktionale Ableitung der viskoplastischen Dehnungen

Die Abhängigkeit der viskosen Elemente von der Temperatur T beschreibt er mit der Arrhenius-Funktion (vgl. Gl. 13) wie folgt:

$$\tilde{\eta}(T) = \hat{\eta} \cdot e^{\left(\frac{Q}{RT}\right)} \quad \text{Gl. 18}$$

mit	τ_i	= Viskosität des Elementes
	Q	= Aktivierungsenergie
	R	= Gaskonstante = $8,31441 \cdot 10^{-3} \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Um die Spannungsabhängigkeit des fraktionalen Elements zu verbessern, wird die Spannung mit dem Faktor n potenziert, d.h. die resultierende Spannung σ eines spring-pots wird zu σ^n gesetzt.

Um sein Modell zum Stoffverhalten von Bitumen zu verifizieren greift er auf Retardationsversuche von Hase (1991) zurück. Diese Daten beruhen zwar auf Versuchen an Asphalt; Aschenbrenner nimmt jedoch an, dass die Versuche das zeitabhängige Deformationsverhalten des Bindemittels repräsentieren. Dabei ermittelt er folgende Parameter:

E_1	= 468,3 MPa
E_2	= 6,3 MPa
$\hat{\eta}_2$	= $8,1174 \cdot 10^{-11} \text{ MPa}^{n_2} \cdot \text{s}^{\alpha_2}$
Q_2	= 67,5121 kJmol ⁻¹
n_2	= 2,731
α_2	= 0,306
$\hat{\eta}_3$	= $6,1394 \cdot 10^{-11} \text{ MPa}^{n_3} \cdot \text{s}^{\alpha_3}$
Q_3	= 66,3251 kJmol ⁻¹
n_3	= 1,330
α_3	= 0,595

Mollenhauer (2008) vergleicht die Ergebnisse aus einaxialen Zug-Schwellversuchen und Retardationsversuchen. Er kommt zu dem Ergebnis, dass beide Prüfungen Kriechkurven erge-

ben, die über das Burgers-Modell miteinander vergleichbar sind. Wird bei den Zug-Schwellversuchen die Spannung für einen sinusförmigen Zugimpuls über die Zeit integriert und wieder differenziert, erhält man praktisch einen Zugkriechversuch (TCT), d.h. einen Retardationsversuch.

Den überproportionalen Anstieg der Verformung in der tertiären Phase beschreibt Mollenhauer zunächst als Folge eines schwächer werdenden, „geschädigten“ Querschnitts des Probekörpers. Dies bewirkt einen Anstieg der auf den Probekörper wirkenden Spannung ($\sigma = F / A$). In der Folge ersetzt er den Querschnitt durch den im Zug-Schwellversuch ermittelten Elastizitätsmodul E . Da dieser aufgrund der Querschnittsänderung ebenfalls abnimmt, liegt hier eine direkte Abhängigkeit vor. Somit ersetzt Mollenhauer die konstante Spannung σ_0 durch:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \frac{E_0}{E(t)} \quad \text{Gl. 19}$$

mit $\sigma(t)$ = Spannung zum Zeitpunkt t
 σ_0 = „konstante“ Spannung während des Zug-Schwellversuches
 E_0 = Elastizitätsmodul zum Versuchsstart
 $E(t)$ = Elastizitätsmodul zum Zeitpunkt t

3.3.2 Relaxationsversuche

Gauer (1992) versuchte das Relaxationsverhalten mit dem Maxwell-Modell zu beschreiben und musste feststellen, dass hiermit keine ausreichende Annäherung möglich ist.

Dengiz (1980) ermittelte eine bessere Anpassung an Relaxationsversuche, als es das Maxwell-Modell ermöglicht. Das Relaxationsverhalten konnte mit der folgenden Gleichung gut beschrieben werden:

$$Z(t) = C - A \cdot t^B \quad \text{Gl. 20}$$

mit $Z(t)$ = Zugkraft pro Flächeneinheit [N/mm^2] = Spannung σ [MPa]
 A, B, C = zu bestimmende Materialkennwerte
 t = Zeit [s]

Arand (1981) interpretierte die Konstanten A, B und C wie folgt:

$$\sigma(t) = E \cdot \varepsilon \cdot \left[1 - \left(\frac{t}{\tau} \right)^B \right] \quad \text{Gl. 21}$$

mit	σ	= Spannung [MPa]
	E	= Elastizitätsmodul [MPa]
	ε	= aufgezwungene Dehnung [-]
	t	= Zeit [s]
	τ	= Relaxationszeit [s]
	B	= Materialkennwert

3.3.3 Zugversuche

Zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung während des Zugversuches liegt kein passendes Modell vor. Die Modelle von z.B. Gartung (1996), di Benedetto et al. (2007), Oesser (2004), Aschenbrenner (2006) oder Mollenhauer (2008) sehen einen nicht-linearen Bereich oder eine Schädigung der Proben vor und könnten damit theoretisch das Verhalten im Zugversuch beschreiben. Eine entsprechende Anwendung erfolgte aber bisher noch nicht.

3.3.4 Abkühlversuche

Arand (1975) beschreibt den theoretischen Ansatz von thermisch induzierten (kryogenen) Spannungen in Modell-Asphalten. Dabei setzt Arand ein Maxwell-Modell ein, welches das Relaxationsverhalten von Asphalten beschreiben soll. Wird für diesen allgemeinen Ansatz ein linearer Verlauf der Temperaturabnahme angenommen, kann die erzeugte kryogene Spannung über die Temperatur wie folgt berechnet werden:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{-t/t_R} + \frac{E_0 \cdot \beta \cdot \dot{T} \cdot e^{b \cdot T_0}}{1/t_R + b \cdot \dot{T}} \cdot e^{-t/t_R} - \frac{E_0 \cdot \beta \cdot \dot{T}}{1/t_R + b \cdot \dot{T}} \cdot e^{b(T_0 + \dot{T}t)} \quad \text{Gl. 22}$$

mit	t	= Zeit
	σ_0	= vorhandene Startspannung
	T_0	= vorherrschende Starttemperatur
	t_R	= λ / E = Relaxationszeit [s^{-1}]
	E_0	= 87.000 kp/cm ² = Faktor zur Berechnung $E(T)$
	b	= -0,066 = Faktor zur Berechnung $E(T)$
	β	= $25 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ = linearer Wärmedehnbeiwert
	\dot{T}	= Temperaturgradient [K/h], z.B. -10 K/h

Dieses Modell wird später von Arand zurückgestellt und unter Einfluss der Arbeit von Dengiz (1980) ein weiteres Modell vorgestellt (Arand, 1981). Dabei wird die kryogene Spannung in diskrete Schritte zerlegt und wie folgt berechnet:

$$\sigma(t) = \sum \Delta\sigma \quad \text{und} \quad \Delta\sigma = -\beta \cdot E \cdot \dot{T} \cdot \Delta t \cdot \left[1 - \left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^B \right] \quad \text{Gl. 23}$$

mit $\Delta\sigma$ = Spannungsänderung in Intervall Δt
 β = Einaxialer Wärmedehnbeiwert [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]
 E = Elastizitätsmodul [MPa]
 \dot{T} = Temperaturgradient [K/h]
 Δt = Zeitintervall [s]
 τ = Relaxationsdauer [s]
 B = Materialkennwert [-]

Daraus entwickelt er eine analytische Lösung:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E}{\lambda} t} - \alpha \cdot \lambda \cdot \dot{T} \cdot \left(1 - e^{-\frac{E}{\lambda} t} \right) \quad \text{Gl. 24}$$

mit $\sigma(t)$ = Spannung in Abhängigkeit von der Zeit [MPa]
 σ_0 = Anfangsspannung [MPa]
 α = Einaxialer Wärmedehnbeiwert [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]
 E = Elastizitätsmodul [MPa]
 λ = Zugviskosität [MPa·s]
 \dot{T} = Temperaturgradient [K/h]

Als Beispiel sind in Abbildung 3-11 zwei Kurvenverläufe mit den in der Literatur angegebenen Zahlenwerten dargestellt. Zum einen wird eine Gleichung mit einer Startspannung von $\sigma_0 = 0$ (schwarz dargestellt) und zum anderen mit $\sigma_0 = 0,5$ (rot dargestellt) abgebildet.

Prinzipiell liegen die zwei in Abbildung 3-11 dargestellten Kurven übereinander (rot und schwarz). Bei einer Startspannung von $\sigma_0 = 0,5$ wird diese aufgrund der Relaxationsfähigkeit des Asphalts rasch abgebaut (siehe Ausschnitt der Startphase), bewirkt im tiefen Temperaturbereich jedoch eine leichte Zunahme der kryogenen Spannungen gegenüber der Kurve mit $\sigma_0 = 0$.

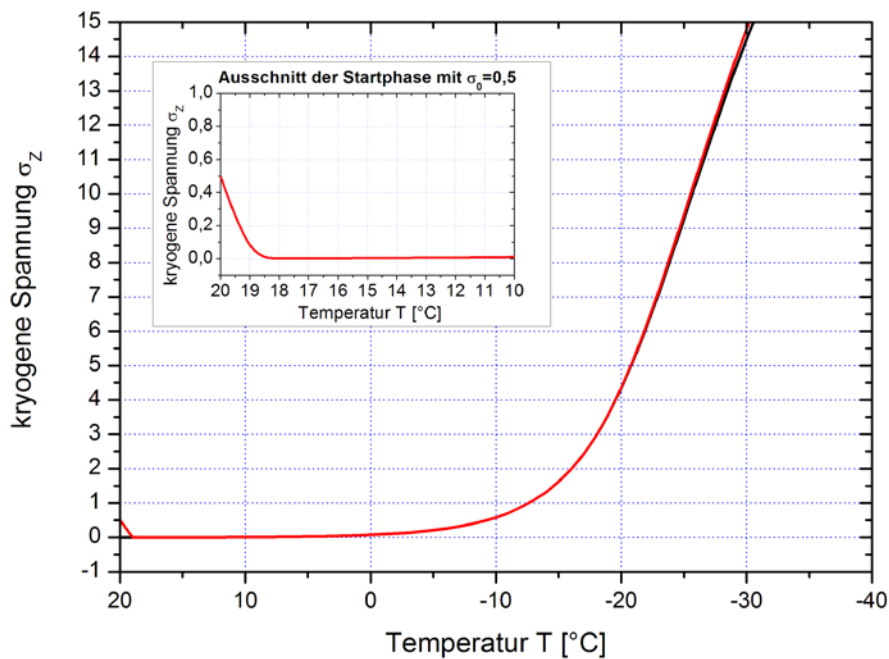


Abbildung 3-11: Beispiele der kryogenen Spannungen des nach Arand (1981) entwickelten analytischen Modells

Das von Arand angegebene Modell ist in der Lage, qualitativ den Verlauf der kryogenen Zugspannungen im Abkühlversuch wiederzugeben. Die Verifikation erfolgte an einem Modellasphalt und unter den Voraussetzungen, dass der Elastizitätsmodul E konstant bleibt (15.000 MPa) und dass die Zugviskosität intervallweise konstant bleibt.

Di Benedetto (207) verfolgt mit dem DBN-Modell einen anderen Ansatz. Er stellt zunächst ein allgemein gültiges Modell auf, welches aus insgesamt 15 in Reihe geschalteten Voigt-Kelvin-Modellen sowie einer Feder besteht, siehe Abbildung 3-12.

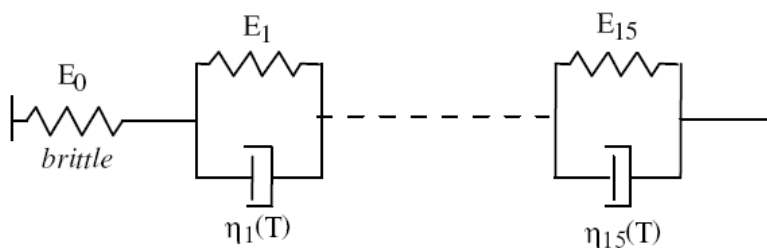


Abbildung 3-12: DBN-Modell zur Beschreibung des Verhaltens von Asphalt

Die Feder E_0 stellt dabei sowohl das elastische Verhalten, als auch das Bruchverhalten dar.

Das Modell wird über den komplexen Elastizitätsmodul E^* wie folgt beschrieben:

$$E^{*DBN}(j\omega, T) = \left(\frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i + j\omega\eta_i(T)} \right)^{-1} \quad \text{Gl. 25}$$

mit: E_0 = Elastizitätsmodul und Abbruchkriterium (Zugfestigkeit) [MPa]
 E_i = Elastizitätsmodul des Voigt-Kelvin(VK)-Elementes i [MPa]
 $\eta_i(T)$ = Viskosität des VK-Elementes i in Abhängigkeit der Temperatur T [MPa·s]
 j = imaginäre Einheit mit $j^2 = -1$
 ω = Kreisfrequenz [s^{-1}] = $2\pi f$

Zusammen mit einem Wärmedehnungskoeffizienten von $20 \cdot 10^{-6} [^{\circ}C^{-1}]$ und den zuvor ermittelten zwanzig Parametern (anhand von sinusförmigen und statischen Zug- und Druckversuchen) konnten Abkühlversuche simuliert werden.

Die Grundlage der weiteren Betrachtungen stellt das vielfach eingesetzte Burgers-Modell dar, wie in Kapitel 3.2.3 beschrieben. Es wird der Ansatz über die Dehnungsrate $\dot{\epsilon}$ (Gl. 10) zu Grunde gelegt.

Zu den Dehnungsänderungen - bedingt durch die von außen eingetragene Spannung - wird die thermische Dehnungsänderung $\dot{\epsilon}_T$ addiert, d.h. die durch die Prüftemperatur bedingten Dehnungsänderungen. Dazu wird der Wärmedehnungskoeffizient α benötigt:

$$\dot{\epsilon}_T = \alpha \dot{T} \quad \text{Gl. 26}$$

Löffler (1984) und Schmuck et al. (1986) haben das Längenänderungsverhalten von Bitumen und Asphalten unter sich ändernden thermischen Bedingungen untersucht. Sie konnten nachweisen, dass sich der eindimensionale Wärmedehnbeiwert α linear mit der Temperatur T des Bitumens ändert. Weiterhin wiesen sie nach, dass das Bitumen den größten Einfluss auf den Wärmedehnbeiwert hat, die Gesteine den geringsten. Sie erweiterten ihren Ansatz um einen Proportionalitätsfaktor F_U [-] auf Asphalt zu:

$$\alpha(T) = (219,7 + 2,8 \cdot T) \cdot F_U \quad [10^{-6} / ^{\circ}C] \quad \text{Gl. 27}$$

Für Bitumen gilt der Faktor $F_U = 1,0 = 100 \%$, womit sich alle anderen Dehnbeiwerte in Relation zum Bitumen ergeben. Gesteine haben den Faktor $F_U = 0,05$, ein AC 11 mit 5,9 M.-% Bindemittelgehalt ergibt einen Faktor $F_U = 0,151$.

Diese allgemeinen funktionalen Beziehungen gelten in einem Temperaturbereich von $T = \pm 0^\circ\text{C}$ bis $T = -30^\circ\text{C}$. Werden aber die Ergebnisse der untersuchten Asphaltbetone AC 11 oder der Gussasphalte MA 5, MA 8 und MA 11 in einem Bereich von -30°C bis $+45^\circ\text{C}$ betrachtet, so kann erkannt werden, dass die Abhängigkeit von α eher einer polynomialen Beziehung gleicht (siehe Abbildung 3-13). Diese Abhängigkeit wurde wie folgt beschrieben:

$$\alpha(T) = a + b \cdot T + c \cdot T^2 \quad \text{Gl. 28}$$

mit AC 11 $a = 29,0515$ $b = 0,01524$ $c = -0,0075185$ $r^2 = 0,5921$
 MA $a = 41,6797$ $b = 0,25637$ $c = -0,0116594$ $r^2 = 0,5548$

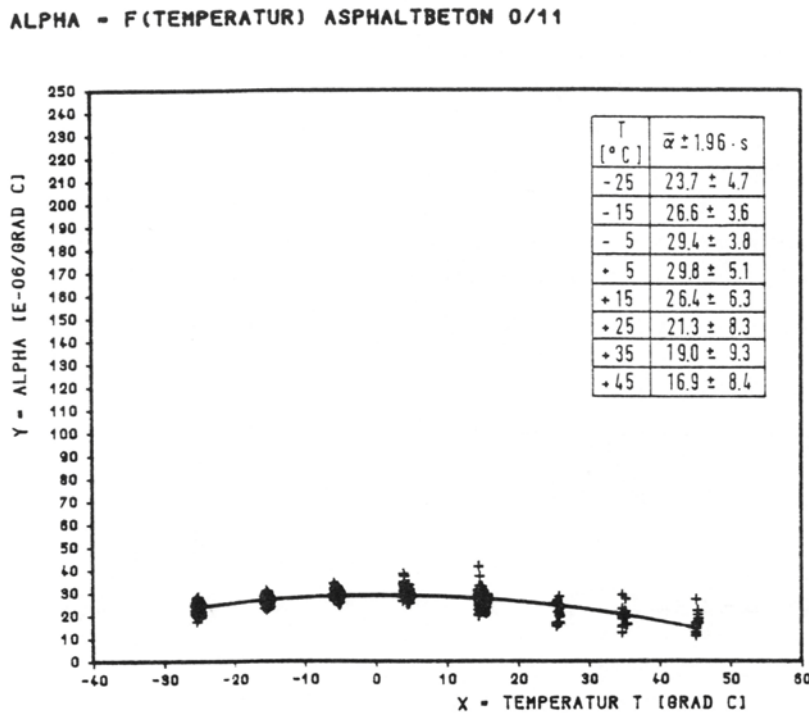


Abbildung 3-13: Abhängigkeit des eindimensionalen Wärmedehnbeiwertes α von der Temperatur für Asphaltbetone AC 11 nach Löffler (1984)

Das Burgers-Modell wird damit wie folgt erweitert:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E_1} + \frac{\sigma}{\lambda_1} + \frac{\sigma}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel} + \alpha(T) \dot{T} \quad \text{Gl. 29}$$

Zur Vereinfachung wird im Folgenden statt des Ausdruckes $\alpha(T)$ nur α geschrieben.

3.3.5 Modelle für Druck-Kriechversuche

Krass (1971) untersuchte das Verformungsverhalten an zylindrischen Asphaltprobekörpern bei statischer Druckbeanspruchung. Um die auftretenden Verformungen mathematisch präzise beschreiben zu können, entwickelte er die „einklinkende Feder“. Dieses Element kombinierte er zum einen mit dem Voigt-Kelvin-Modell und zum anderen mit einer Hooke'schen Feder, wie in Abbildung 3-14 dargestellt.

Aufbauend auf den Ergebnissen von Krass, beschäftigte sich Huschek (1983) mit dem Verformungsverhalten von Asphaltbetonen unter statischen Druckbeanspruchungen. Er konnte im Wesentlichen das Modell von Krass bestätigen, stellte jedoch fest, dass auch nach längerer Versuchsdauer noch ein viskoses Verhalten vorliegt. Dieser Fließvorgang wurde mit einem zusätzlichen Dämpfer beschrieben, welcher das Modell von Krass, wie in Abbildung 3-14 dargestellt, erweitert.

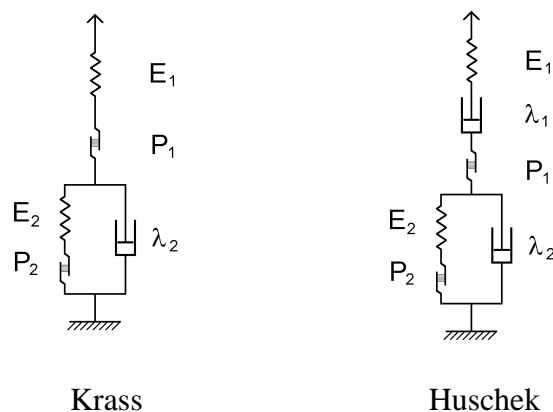


Abbildung 3-14: Modelle zur Beschreibung des Verhaltens von Asphalt bei Kriechversuchen. Links Modell nach Krass (1971), rechts Modell nach Huschek (1983)

Beide Autoren variieren die Prüfbedingungen derart, dass Abhängigkeiten der Parameter von der Spannung und Temperatur dargestellt und funktional beschrieben werden können. Diese können zur Bewertung der hier ermittelten Parameter herangezogen werden.

4 Anwendung des Burgers-Modells auf die Prüfverfahren und Modifikation

Basierend auf einem Forschungsprojekt (Arand et al., 1996) wurden umfangreiche Untersuchungen mit den Prüfverfahren Zug-, Abkühl-, Relaxations- und Retardationsversuchen an einem Asphaltbeton AC 11 DN mit 70/100 durchgeführt. Für alle Retardationsversuche wurden die Parameter des Burgers-Modells (im primären und sekundären Bereich) bestimmt, um Aussagen über die Viskosität zu treffen. Es konnte bereits von Arand et al. (1996) festgestellt werden, dass die in den Retardationsversuchen bestimmten Parameter nicht geeignet sind, das Verhalten bei Relaxationsversuchen (am gleichen Material) ausreichend genau zu beschreiben.

Sörensen (2000) benutzte in ihrer Dissertation dieses Datenmaterial, geht jedoch der Fragestellung einer Vereinfachung des Burgers-Modell nach. Sie kommt zu dem Ergebnis, dass die Zugviskosität gleichwertig durch das Element λ_1 des Burgers-Modells oder den Dämpfer des Maxwell-Modell beschrieben werden kann.

Es bleibt die Frage, ob anhand der in Retardationsversuchen gewonnenen Materialkennwerte des Burgers-Modells die Ergebnisse, d.h. im Wesentlichen die Kurvenverläufe, der Zug-, Abkühl- und Relaxationsversuche berechnet werden können.

Da für alle durchgeführten Versuche das gleiche Asphalt-Mischgut eingesetzt wurde und die Materialkennwerte im nicht-geschädigten Bereich ermittelt wurden, sollte theoretisch eine direkte Anwendung des Burgers-Modells möglich sein.

Zur Lösung dieser Frage soll in der Folge das Burgers-Modell auf die vier Prüfverfahren angewandt werden. Zuvor wird jedoch die diskrete Berechnungsmethodik vorgestellt, sowie der Einfluss des Kraftaufnehmers einbezogen. Da die folgenden Berechnungen, insbesondere die Regressionen mit einem zu modifizierenden Modell zeitaufwendig sind, wird ein Computer-Programm zur Ermittlung der benötigten Koeffizienten vorgestellt.

Anschließend kann das Burgers-Modell auf die speziellen Prüfbedingungen der vier Prüfverfahren umgestellt bzw. angepasst werden. An einem charakteristischen Beispiel wird für jedes Prüfverfahren überprüft, ob das Burgers-Modell prinzipiell in der Lage ist, die jeweiligen Versuche darzustellen.

Anschließend werden die Abhängigkeiten der Burgers-Parameter von der Spannung und der Temperatur funktional ermittelt. Diese funktionale Beschreibung wird im Weiteren als Basis-Modell bezeichnet.

Anhand charakteristischer Beispiele erfolgt die Überprüfung, ob das Basis-Modell die Ergebnisse der Prüfverfahren wiedergeben kann.

Da dies nicht der Fall ist, werden die Burgers-Parameter des Basis-Modells modifiziert und die jeweilige Modifikation an charakteristischen Beispielen verifiziert.

4.1 Diskrete Berechnungsmethodik

Für analytische Lösungen könnte die Gleichung des um die thermische Dehnung erweiterten Burgers-Modells

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E_1} + \frac{\sigma}{\lambda_1} + \frac{\sigma}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel} + \alpha(T)\dot{T} \quad \text{Gl. 29}$$

entweder nach der Spannung σ oder der Dehnung ε gelöst werden. Für den Retardationsversuch wurde bereits in Kapitel 3.2.3 eine analytische (geschlossene) Lösung angegeben und könnte jetzt erweitert werden. Für den Relaxationsversuch stellt Hase (1991) eine Lösung vor, die ggf. um die thermischen Dehnungsänderungen erweitert werden könnte. Für die Abkühl- und Zugversuche kann keine geschlossene Lösung angegeben werden.

Eine alternative Berechnungsmethode besteht darin, die Daten diskret, d.h. nicht-kontinuierlich zu betrachten. Die Berechnung der Dehnungen (oder Spannungen) zum Zeitpunkt i erfolgt ausgehend von einem Zeitpunkt $i-1$. Dabei wird angenommen, dass die Parameter in den eingesetzten Zeit-Intervallen konstant bleiben, wobei die gewählten Intervalle möglichst klein gehalten werden sollten.

Diese Methode bietet den Vorteil, dass mit Gl. 29 die einzelnen Dehnungs- oder Spannungsanteile getrennt berechnet und dargestellt werden können.

Für die **elastischen** Anteile ergibt sich damit nach Gl. 1 bzw. Gl. 3:

$$\dot{\varepsilon}_{el} = \frac{\dot{\sigma}}{E_1} \quad \Rightarrow \quad \Delta\varepsilon_{el} = \frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{E_1(f(\sigma_{i-1}, T_{i-1}))} \quad \text{Gl. 30}$$

mit $\Delta\varepsilon_{el}$ = elastische Dehnungsänderung vom Zeitpunkt $i-1$ zum Zeitpunkt i

Der Elastizitätsmodul E_1 wird zunächst als konstant angenommen (siehe Kapitel 4.4). In den weiteren Berechnungsverfahren wird E_1 in Abhängigkeit von der Spannung σ und der Temperatur T angegeben ($E_1(\sigma_{i-1}, T_{i-1})$), bezogen auf die Werte des Zeitpunktes $i-1$ (siehe Kapitel 4.5). In einem abschließenden Schritt erfolgt eine Modifikation der Spannungs- und Temperaturabhängigkeit $f(\sigma_{i-1}, T_{i-1})$, so dass die Werte von E_1 einen nicht-linearen Bereich erreichen können (siehe Kapitel 4.6).

Diese Aussagen gelten analog für die Burgers-Parameter λ_1 , E_2 und λ_2 .

Für die **viskosen** Dehnungsänderungen gilt nach Gl. 2 bzw. Gl. 3:

$$\dot{\varepsilon}_{vis} = \frac{\sigma}{\lambda_1} \quad \Rightarrow \quad \Delta \varepsilon_{vis} = \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1 (f(\sigma_{i-1}, T_{i-1}))} \quad \text{Gl. 31}$$

mit $\Delta \varepsilon_{vis}$ = viskose Dehnungsänderung vom Zeitpunkt $i-1$ zum Zeitpunkt i

Die **viskoelastischen** Anteile werden nach Gl. 4 berechnet:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{vel} &= \frac{\sigma}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel} \quad \Rightarrow \\ \Delta \varepsilon_{vel} &= \left(\frac{\sigma}{\lambda_2 (f(\sigma_{i-1}, T_{i-1}))} - \frac{E_2 (f(\sigma_{i-1}, T_{i-1}))}{\lambda_2 (f(\sigma_{i-1}, T_{i-1}))} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) \end{aligned} \quad \text{Gl. 32}$$

mit $\Delta \varepsilon_{vel}$ = viskoelastische Dehnungsänderung vom Zeitpunkt $i-1$ zum Zeitpunkt i .

Zur Berechnung der viskoelastischen Dehnungsänderung muss somit immer die bisher erzielte viskoelastische Dehnung ε_{vel} bekannt sein.

Für den **kryogenen** (temperaturbedingten) Anteil nach Gl. 26 ergibt sich:

$$\dot{\varepsilon}_T = \alpha \cdot \dot{T} \quad \Rightarrow \quad \Delta \varepsilon_T = \alpha \cdot (T_i - T_{i-1}) \quad \text{Gl. 33}$$

Das Zeitintervall (t_{i-1} ; t_i) sollte so klein wie möglich gewählt werden, um die gemessenen Daten präzise wiederzugeben. Die Grenzen sind in der Praxis mit der Messrate der Versuchsaapparatur gesetzt, geringere Zeitspannen sind nicht sinnvoll.

Da die viskoelastischen Anteile über eine Summation der Zeitintervalle (t_{i-1} ; t_i) gebildet werden, treten hier aufgrund von Rundungsfehlern immer geringe Abweichung vom analytischen Ansatz auf.

Zusammengefasst folgt aus Gl. 29:

$$\Delta \varepsilon_{ges} = \Delta \varepsilon_{el} + \Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel} + \Delta \varepsilon_T \quad \text{Gl. 34}$$

$$\Delta \varepsilon_{ges} = \left(\frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{E_1} \right) + \left(\frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} \right) + \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) + \alpha \cdot (T_i - T_{i-1}) \quad \text{Gl. 35}$$

Die Burgers-Parameter E_1 , λ_1 , E_2 und λ_2 werden dabei immer in Abhängigkeit einer Funktion mit den Eingangsgrößen Spannung und Temperatur zum Zeitpunkt $i-1$ ($f(\sigma_{i-1}, T_{i-1})$) angegeben.

Diese allgemein gültige Gleichung soll im Folgenden auf die vier hier untersuchten Prüfverfahren angepasst und bezüglich der ermittelten Ergebnisse überprüft werden.

4.2 Einfluss des Kraftaufnehmers

Arand et al. (1996) haben beschrieben, dass die Kraftaufnehmer der Prüfapparatur einen Einfluss auf die Versuchsergebnisse, insbesondere bei tiefen Temperaturen, haben.

Die Kraftaufnehmer können sich nach Herstellerangaben um bis zu 0,2 mm verformen. Dies entspricht einer Steifigkeit von 100.000 N/mm bzw. 250.000 N/mm, je nach Nennlast der Kraftaufnehmer.

An den Prüfgeräten wurde experimentell ein Wert für die Steifigkeit S von 100.000 N/mm nachgewiesen.

Um den Einfluss des Kraftaufnehmers in das Burgers-Modell aufzunehmen, wird ein weiteres Feder-Element, die sogenannte „Messfeder“ E_M , eingefügt. Diese Messfeder simuliert die Verformbarkeit des Kraftaufnehmers. Es müssen aber Spannungen [MPa] statt Kräfte [N] und Dehnungen [-] statt Verformungen [mm] eingesetzt werden.

Für E_M gilt: $E_M = \frac{l_0 \cdot S}{A}$ Gl. 36

mit l_0 = Anfangslänge des Probekörpers, wird zu 160 mm angenommen
 S = Steifigkeit der Messfeder, wird zu 100.000 N/mm festgelegt
 A = Querschnittsfläche des Probekörpers, wird zu 1.600 mm² angenommen

Mit diesen Werten ergibt sich für die Messfeder ein Elastizitätsmodul von $E_M = 10.000$ MPa.

Diese Messfeder wird seriell an das Feder-Element E_1 angefügt, wie in Abbildung 4-1 dargestellt. Für zwei in Reihe geschaltete Federn gilt:

$$\sigma_1 = \sigma_M \text{ und } \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_M$$
 Gl. 37

Daraus ergibt sich für die Dehnung der beiden Elemente:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{E_M} = \sigma \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_M} \right)$$
 Gl. 38

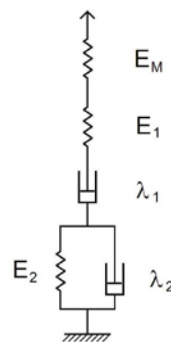


Abbildung 4-1: Burgers-Modell mit Messfeder E_M , welche das Verhalten des Kraftaufnehmers wiedergibt

Der Einsatz der Messfeder kann bei drei der vier Prüfverfahren vernachlässigt werden.

Beim Retardationsversuch wird die Spannung konstant gehalten und die Längenänderung des Probekörpers aufgezeichnet. Eventuelle Längenänderungen der Messfeder haben keinen Einfluss auf das Ergebnis.

Beim Zugversuch wird eine konstante Längenänderung erzwungen. Zur Auswertung der Daten wird die gemessene Dehnungsänderung herangezogen, so dass dabei auftretende Längenänderungen der Messfeder nicht zu berücksichtigen sind.

Während des Abkühlversuches wird die Länge des Probekörpers konstant gehalten. Damit werden Längenänderungen der Messfeder und daraus resultierende Längenänderungen des Probekörpers wieder ausgeglichen.

Lediglich beim Relaxationsversuch, bei dem eine einmalige Dehnung erzwungen wird und dann keine weitere Korrektur der Länge erfolgt, bewirkt eine Längenänderung der Messfeder (Ausdehnung) einen Abfall der Spannungen, die korrigiert werden muss.

Um diesem Einfluss zu berücksichtigen muss nur der Ausdruck E_1 in allen Formeln zum Relaxationsversuch durch $\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_M}\right)^{-1}$ ersetzt werden.

Da bei hohen Temperaturen nur geringe Werte für die Elastizitätsmoduln E_1 errechnet werden, tritt der Einfluss der Messfeder zurück, während bei tiefen Temperaturen und damit hohen Werten für E_1 eine deutliche Beeinflussung erfolgen kann.

Alle bisherigen Untersuchungen der Prüfapparatur ergaben keine nennenswerten Änderungen der Steifigkeit der Kraftaufnehmer. Damit wird der Elastizitätsmodul für die Messfeder E_M im Weiteren als konstant über Temperatur und aufgebrachte Spannung angesehen.

4.3 Programm zur Berechnung der Modifikationen

Können die in den folgenden Kapiteln dargestellten Beispiele noch recht einfach z.B. mit einer Tabellenkalkulation o.ä. berechnet werden, muss für die Ermittlung der Koeffizienten ein leistungsfähigeres Werkzeug eingesetzt werden. Eine Regression mit maximal zwölf Koeffizienten unter Berücksichtigung des Basis-Modells stellt kein kommerzielles Mathematik-Programm zur Verfügung, so dass ein Computer-Programm entwickelt wurde. Hierbei wurde die Evolutionstheorie (Rechenberg, 1994) eingesetzt.

Der Programmablauf ist dabei für alle Prüfverfahren prinzipiell gleich:

Bei Programmstart werden die Daten eines durchgeführten Versuches eingelesen, z.B. für einen Zugversuch die gemessenen Dehnungen und die gemessenen Spannungen. Die Prüftemperatur ist in diesem Beispiel ebenfalls bekannt.

Es folgt eine Schleife, die bis zu 10.000mal durchlaufen wird.

Innerhalb dieser Schleife stehen drei Eltern-Datensätze zur Verfügung (bei Programmstart sind diese leer). Jeder dieser Eltern-Datensätze speichert die maximal zwölf Koeffizienten zur Modifikation des Basis-Modells.

Basierend auf diesen Eltern-Datensätzen werden die darin gespeicherten Koeffizienten zufällig variiert (Evolutionprinzip). Die Variation erfolgt zwar zufällig, allerdings innerhalb definierter Grenzen. Dieser variierte Koeffizienten-Datensatz wird als Kinder-Datensatz gespeichert. Insgesamt werden aus den drei Eltern-Datensätzen 15 Kinder-Datensätze erstellt.

Mit jedem dieser 15 Kinder-Datensätze wird der oben eingelesene Versuch nachgerechnet.

Dazu wird der Versuch vom ersten bis zum letzten Messwert durchlaufen.

Zu einem beliebigen Zeitpunkt i , d.h. für einen beliebigen Messwert, werden zunächst die Burgers-Parameter des Basis-Modells ermittelt. Dazu wird die Spannung oder die Temperatur vom Zeitpunkt $i-1$ eingesetzt (zum Zeitpunkt Null erfolgt keine Berechnung).

Die Parameter des Basis-Modells werden jetzt entsprechend der jeweiligen Modifikationsvorschrift mit den Koeffizienten des Kinder-Datensatzes modifiziert.

Mit den gewonnenen (modifizierten) Burgers-Parametern werden die viskosen, viskoelastischen und elastischen Anteile innerhalb des Burgers-Modells berechnet. Daraus kann die resultierende Spannung oder Dehnung berechnet werden.

Abschließend wird die Fehlerquadratsumme (FQS) zwischen der berechneten Spannung (oder Dehnung) und der im Versuch gemessenen Spannung (oder Dehnung) ermittelt und summiert. Jede der 15 ermittelten FQS wird mit jenen der Eltern-Datensätze verglichen. Ist die FQS der Kinder-Datensätze kleiner, wird der Kinder-Datensatz gegen den Eltern-Datensatz getauscht.

Danach erfolgt wieder die Variation der Eltern-Datensätze zu 15 Kinder-Datensätze und die anschließende Berechnung des Versuches sowie die Bestimmung der FQS, usw.

Damit wird jeder Versuch maximal 150.000mal durchgerechnet, was einen sehr hohen Rechenaufwand bedeutet. Als Abbruchkriterium wird ein Maß für die Veränderung der FQS angegeben. Fällt die Veränderung der FQS unterhalb dieses Maßes, kann die Berechnung abgebrochen werden.

Der Berechnungsaufwand kann mit gerichteten Suchverfahren, z.B. mit der Gradientenmethode, optimiert, d.h. reduziert, werden. Eine Anwendung mehrerer Verfahren kann in Beer (2002) nachgelesen werden. Für die vorliegende Arbeit kann darauf verzichtet

werden, da aufgrund der steigenden Leistungsfähigkeit der Computer die Rechenzeit in einem vertretbar kurzem Zeitraum bleibt.

Zur Verdeutlichung der Berechnungen ist in Tabelle 4-1 der prinzipielle Algorithmus der Programme dargestellt.

Die Berechnung mittels der Evolutionsstrategie bewirkt keine lineare Annäherung an eine Lösung. Vielmehr werden während dieses Vorgangs viele lokale Optima gefunden, wobei im nächsten Anlauf z.B. mit einer größeren Variation ein besseres, globales Optimum gefunden werden kann. Daher erfordert beinahe jeder Versuch eine wiederholte Anwendung des Programms.

Tabelle 4-1: Algorithmus zur Ermittlung von Koeffizienten zur Modifikation des Basis-Modells, um dieses optimal einem gemessenen Versuchsverlauf anzupassen

dieses Spannung einem gemessenen Versuchsverlauf anzupassen			
Daten <u>eines</u> Versuchs einlesen			
Schleife maximal 150.000mal durchlaufen Variation der zwölf Koeffizienten welche die Burgers-Parameter modifizieren Aus drei Eltern-Datensätzen mit jeweils zwölf Koeffizienten werden 15 Kinder-Datensätze unter zufälliger Variation der Koeffizienten erzeugt.			
	Schleife für jedes Kind durchlaufen (15mal)		
		Schleife für jeden Messwert i innerhalb eines Versuchs	
			Berechne $E_1, E_2, \lambda_1, \lambda_2$ aus dem Basis-Modell, anhand σ_{i-1} bzw. T_{i-1}
			Modifiziere die Burgers-Parameter unter Anwendung der zwölf Koeffizienten
			Berechne $\Delta \varepsilon_{vis}, \Delta \varepsilon_{vel}$ und $\Delta \varepsilon_{el}$
			Berechne σ_i bzw. ε_i
			Berechne die Abweichung der berechneten Spannung σ_i von der gemessenen Spannung σ , bilde die Fehlerquadratsumme (FQS) und summiere diese. Dies gilt analog für die Dehnung ε .
	Ist die FQS besser als eine der drei Eltern? Wenn ja, dann Kinder-Datensatz gegen Eltern-Datensatz tauschen.		
	Ändert sich FQS noch wesentlich? Wenn ja, dann Schleife fortsetzen, sonst Abbruch.		
	Ausgabe der Ergebnisse.		

Weiterhin kann – insbesondere bei vielen Koeffizienten – beobachtet werden, dass es viele Lösungen gibt, die zu vergleichbaren Resultaten, d.h. Kurvenverläufen führen. Dies ist ein Zeichen dafür, dass das System überbestimmt ist und eventuell noch Koeffizienten entfallen können.

4.4 Anwendung des Burgers-Modells mit konstanten Parametern

Im Folgenden wird das Burgers-Modell an die speziellen Prüfbedingungen der vier Prüfverfahren angepasst.

4.4.1 Anwendung des Burgers-Modells auf den Retardationsversuch

Beim Retardationsversuch wird ein Probekörper bei konstanter Prüftemperatur einer konstanten Spannung ausgesetzt und die resultierende Verformung gemessen. Damit können die folgenden Randbedingungen gesetzt werden:

$$\dot{\sigma} = 0, \sigma = \text{const} \quad \text{und} \quad \dot{T} = 0 \quad \text{Gl. 39}$$

In Kapitel 3.2.3 wurde mit der Gl. 11 für den Retardationsversuch die analytische Lösung angegeben. An dieser Stelle soll mit dem diskreten Ansatz gearbeitet werden. Damit folgt aus Gl. 34 und Gl. 35:

$$\Delta \varepsilon_{ges} = \Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel} \quad \Rightarrow \quad \Delta \varepsilon_{ges} = \left(\frac{\sigma \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} \right) + \left(\frac{\sigma}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) \quad \text{Gl. 40}$$

Die Berechnung der gesamten Dehnung zum Zeitpunkt i $\varepsilon_{ges\ i}$ ergibt somit:

$$\varepsilon_{ges\ i} = \varepsilon_{ges\ i-1} + \Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel} \quad \text{Gl. 41}$$

$$\text{mit } \varepsilon_{ges}(t=0) = \varepsilon_{el} = \frac{\sigma}{E_1} \quad \text{Gl. 42}$$

Zusammen mit Gl. 40 ergibt sich:

$$\varepsilon_{ges\ i} = \varepsilon_{ges\ i-1} + \left(\frac{\sigma \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} \right) + \left(\frac{\sigma}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) \quad \text{Gl. 43}$$

In der folgenden Abbildung 4-2 wird ein Beispiel für einen Retardationsversuch dargestellt. Es werden zum einen die gemessenen Daten dargestellt und zum anderen die mit dem Burgers-Modells nach Gl. 11 (analytisch) und Gl. 43 (diskret) berechneten Werte. Dazu wird ein charakteristischer Datensatz bei $T = \pm 0\text{ °C}$ und $\sigma = 0,547\text{ MPa}$ gewählt. Die in (Arand et al., 1996) ermittelten Burgers-Parameter haben die Werte:

$$\begin{aligned} E_1 &= 2.169\text{ MPa} & \lambda_1 &= 857.610\text{ MPa}\cdot\text{s} \\ E_2 &= 362\text{ MPa} & \lambda_2 &= 356.920\text{ MPa}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

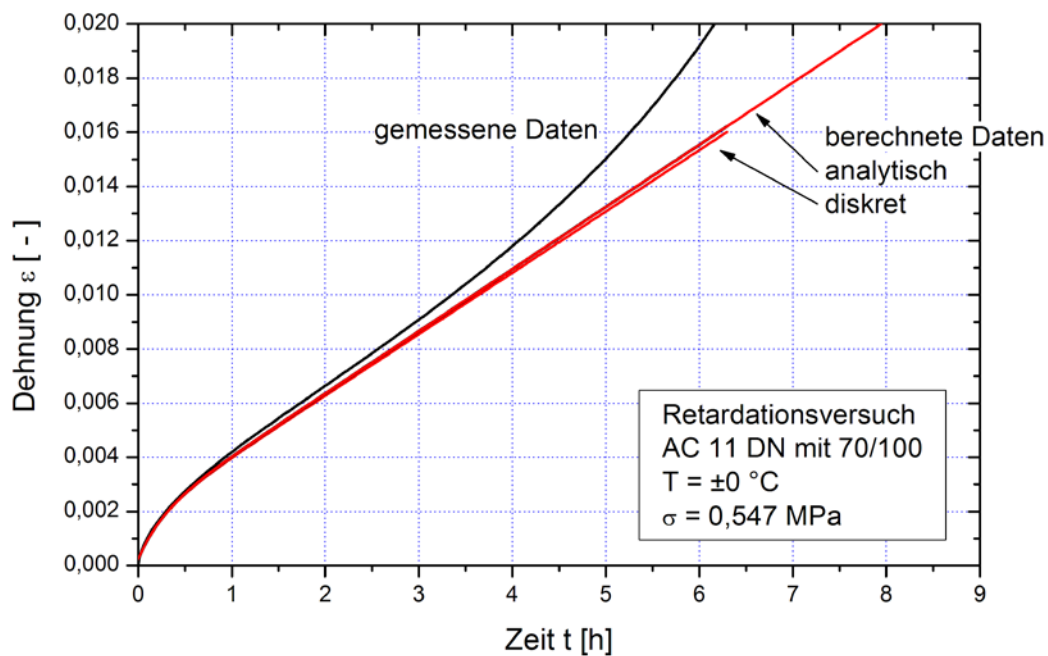


Abbildung 4-2: Retardationsversuch – Gemessene Daten und mit dem Burgers-Modell berechnete Kurvenverläufe

Die Abbildung 4-2 zeigt, dass das Burgers-Modell den linearen Verlauf gut beschreiben kann, aber; wie erwartet; die tertiäre Phase, d.h. die Schädigung des Probekörpers nicht berücksichtigt. Die berechneten Daten der analytischen und der diskreten Lösung liegen eng beieinander. Bei der diskreten Lösung treten gegenüber der analytischen Lösung geringe Unterschiede im viskosen Anteil auf, die hier zu erkennen sind.

4.4.2 Anwendung des Burgers-Modells auf den Relaxationsversuch

Beim Relaxationsversuch wird einem Probekörper bei konstanter Prüftemperatur spontan eine Dehnung aufgezwungen. Die Länge wird dann konstant gehalten und die abfallende Spannung aufgezeichnet. Damit gelten die folgenden Randbedingungen:

$$\dot{\varepsilon}_{ges} = 0 \text{ und } \dot{T} = 0 \quad \text{Gl. 44}$$

Für das Burgers-Modells ergeben sich die Randbedingungen nach Gl. 29:

$$0 = \frac{\dot{\sigma}}{E_1} + \frac{\sigma}{\lambda_1} + \frac{\sigma}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel} \quad \text{Gl. 45}$$

Der diskrete Ansatz nach Gl. 34 und Gl. 35 ergibt:

$$\Delta \varepsilon_{ges} = \Delta \varepsilon_{el} + \Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel} = 0 \quad \text{Gl. 46}$$

Daraus folgt:

$$\frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{E_1} + \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} + \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) = 0 \quad \text{Gl. 47}$$

Die Gl. 47 wird nach σ_i umgestellt:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_i}{E_1} - \frac{\sigma_{i-1}}{E_1} + \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} + \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) &= 0 \quad \Rightarrow \\ \frac{\sigma_i}{E_1} &= \frac{\sigma_{i-1}}{E_1} - \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} - \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) \quad \Rightarrow \\ \sigma_i &= \sigma_{i-1} - E_1 \cdot \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} - E_1 \cdot \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) \quad \text{Gl. 48} \end{aligned}$$

Dies kann vereinfacht werden zu:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \sigma_{i-1} - E_1 \cdot \Delta \varepsilon_{vis} - E_1 \cdot \Delta \varepsilon_{vel} \quad \Rightarrow \\ \sigma_i &= \sigma_{i-1} - E_1 \cdot (\Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel}) \quad \text{Gl. 49} \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der Steifigkeit des Kraftaufnehmers (Messfeder E_M) folgt daraus:

$$\sigma_i = \sigma_{i-1} - \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_M} \right)^{-1} \cdot (\Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel})$$

Gl. 50

In der folgenden Abbildung 4-3 wird ein Beispiel für einen Relaxationsversuch bei $T = \pm 0^\circ \text{C}$ und $\sigma_0 = 0,921 \text{ MPa}$ dargestellt. Zum einen sind die gemessenen Daten gezeichnet und zum anderen die mit dem Burgers-Modells nach Gl. 50 berechneten Werte. Die Burgers-Parameter - ermittelt aus Retardationsversuchen - haben die gleichen Werte wie im Beispiel zuvor (Retardationsversuch mit $T = \pm 0^\circ \text{C}$ und $\sigma = 0,547 \text{ MPa}$):

$$E_1 = 2.169 \text{ MPa} \quad \lambda_1 = 857.610 \text{ MPa}\cdot\text{s}$$

$$E_2 = 362 \text{ MPa} \quad \lambda_2 = 356.920 \text{ MPa}\cdot\text{s}$$

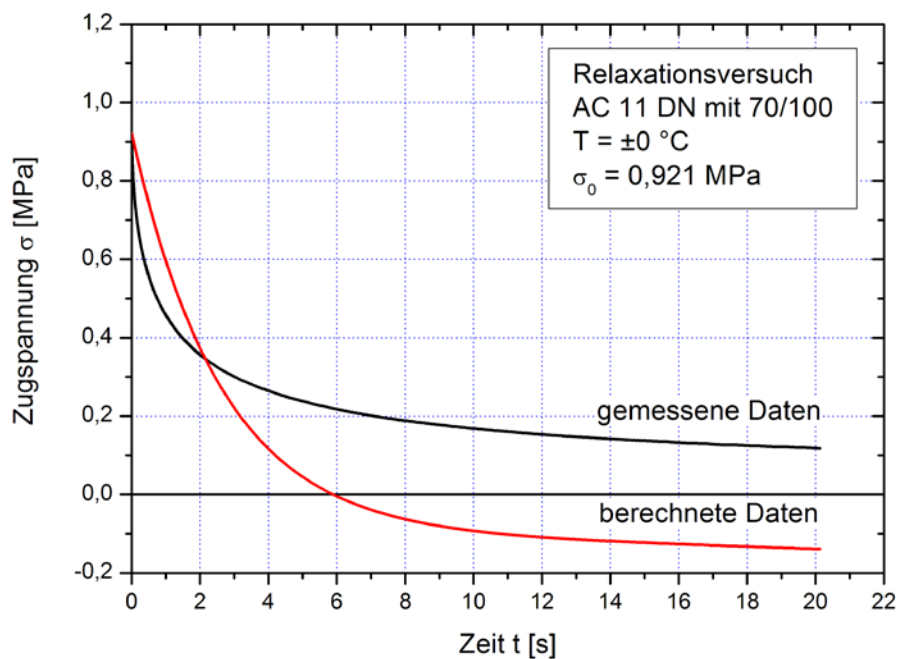


Abbildung 4-3: Relaxationsversuch – Gemessene Daten und mit dem Burgers-Modell berechneter Kurvenverlauf

Die Abbildung 4-3 zeigt, dass das Burgers-Modell den Verlauf der Relaxation qualitativ beschreiben kann. Aufgrund der konstant gehaltenen Parameter kann jedoch keine akzeptable Anpassung erreicht werden. Dies kann nur als eine erste Einschätzung gelten, insbesondere, weil die Spannungen in einen unplausiblen Druckbereich wechseln.

4.4.3 Anwendung des Burgers-Modells auf den Zugversuch

Beim Zugversuch wird der Probekörper bei konstanter Prüftemperatur mit einer festgelegten Dehnung auseinandergezogen, bis eine maximale Spannung erreicht wird oder bis der Probekörper bricht.

Es können die folgenden Randbedingungen gesetzt werden:

$$\dot{\varepsilon}_{ges} = const \quad \text{und} \quad \dot{T} = 0 \quad \text{Gl. 51}$$

Aus den oben genannten Bedingungen folgt nach Gl. 29:

$$\dot{\varepsilon} \cdot E_1 = \dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{E_1}{\lambda_1} + \frac{E_1}{\lambda_2} \right) - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel} \quad \text{Gl. 52}$$

Für die gesamte Dehnungsänderung $\dot{\varepsilon}_{ge}$ ergibt sich bei einer Ziehgeschwindigkeit von z.B. 1,0 mm/min (die Berechnung für die weiteren Ziehgeschwindigkeiten erfolgt analog):

$$\dot{\varepsilon}_{ges} = \frac{\text{Ziehgeschwindigkeit}}{\text{Probekörperlänge}} = \frac{1 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}}{160 \text{ mm}} = 0,00625 \text{ min}^{-1} = 1,0416\bar{6} \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad \text{Gl. 53}$$

Die Probekörperlänge wird hier zu 160 mm angenommen. In der Praxis streut sie leicht um diesen Wert. Damit folgt:

$$\Delta \varepsilon_{ges} = const. = 1,04167 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad \text{und} \quad \text{Gl. 54}$$

$$1,04167 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta t = \Delta \varepsilon_{el} + \Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel} \quad \text{Gl. 55}$$

$$1,04167 \cdot 10^{-4} \cdot (t_i - t_{i-1}) = \frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{E_1} + \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} + \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel \ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) \Rightarrow$$

$$1,04167 \cdot 10^{-4} \cdot (t_i - t_{i-1}) = \frac{\sigma_i}{E_1} - \frac{\sigma_{i-1}}{E_1} + \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} + \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel \ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) \Rightarrow$$

$$\frac{\sigma_i}{E_1} = 1,04167 \cdot 10^{-4} \cdot (t_i - t_{i-1}) + \frac{\sigma_{i-1}}{E_1} - \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} - \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel \ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) \Rightarrow$$

$$\sigma_i = E_1 \cdot 1,04167 \cdot 10^{-4} \cdot (t_i - t_{i-1}) + \sigma_{i-1} - E_1 \cdot \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} - E_1 \cdot \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel \ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) \quad \text{Gl. 56}$$

Die Gl. 56 kann vereinfacht werden zu:

$$\sigma_i = E_1 \cdot 1,04167 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta t + \sigma_{i-1} - E_1 \cdot \Delta \varepsilon_{vis} - E_1 \cdot \Delta \varepsilon_{vel} \quad \Rightarrow$$

$$\sigma_i = \sigma_{i-1} + E_1 \cdot (1,04167 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta t - \Delta \varepsilon_{vis} - \Delta \varepsilon_{vel}) \quad \text{Gl. 57}$$

Wird $1,04167 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta t$ ersetzt durch $\Delta \varepsilon_{el} + \Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel}$ (Gl. 55), vereinfacht sich Gl. 57 zu:

$$\sigma_i = \sigma_{i-1} + E_1 \cdot \Delta \varepsilon_{el} \quad \text{Gl. 58}$$

Es sei hier erwähnt, dass zur Berechnung von $\Delta \varepsilon_{el}$ unbedingt $\Delta \varepsilon_{vis}$, $\Delta \varepsilon_{vel}$ und $\Delta \varepsilon_{ges}$ bekannt sein müssen.

In der folgenden Abbildung 4-4 sind ein charakteristischer Zugversuch bei $T = +5^\circ \text{C}$ sowie ein mit dem Burgers-Modell berechneter Kurvenverlauf dargestellt. Zur Berechnung des Kurvenverlaufes mit dem Burgers-Modell werden wieder die Burgers-Parameter eines Retardationsversuches bei $T = \pm 0^\circ \text{C}$ und $\sigma = 0,547 \text{ MPa}$ herangezogen:

$$E_1 = 2.169 \text{ MPa} \quad \lambda_1 = 857.610 \text{ MPa} \cdot \text{s}$$

$$E_2 = 362 \text{ MPa} \quad \lambda_2 = 356.920 \text{ MPa} \cdot \text{s}$$

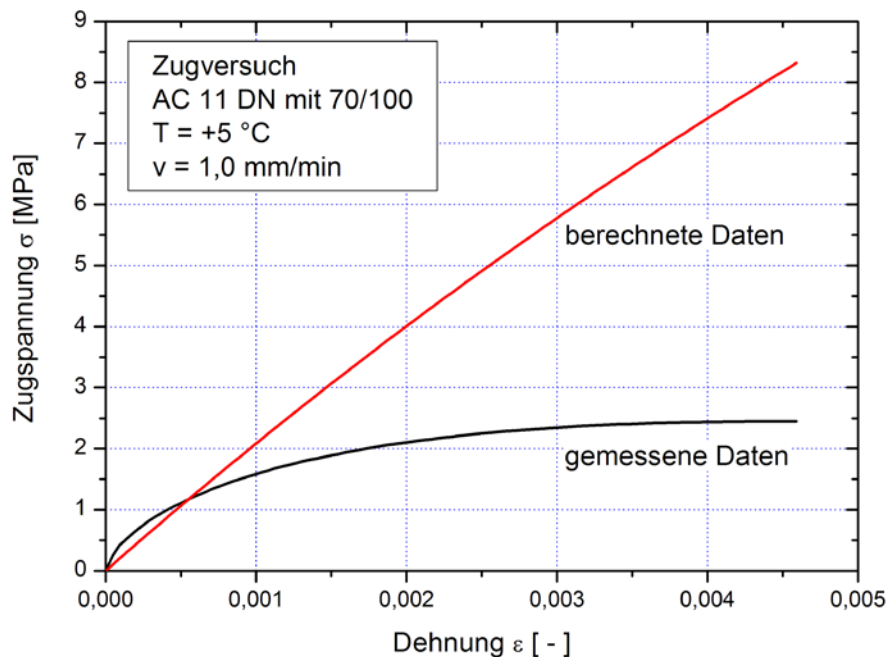


Abbildung 4-4: Zugversuch – Gemessene Daten und mit dem Burgers-Modell berechneter Kurvenverlauf

Mit diesen konstanten und den Prüfbedingungen nicht optimal angepassten Werten soll nur eine erste qualitative Einschätzung des Modells erfolgen. Daher zeigt die Abbildung 4-4 zwar, dass das Burgers-Modell einen Anstieg der Zugspannung errechnet, der Kurvenverlauf jedoch qualitativ noch vom gemessenen Verlauf abweicht.

4.4.4 Anwendung des Burgers-Modells auf den Abkühlversuch

Im Abkühlversuch wird ein Probekörper von $T = +20\text{ °C}$ mit 10 K/h herabgekühlt. Dabei wird die Probekörperlänge konstant gehalten und die auftretende Spannung bis zum Bruch aufgezeichnet. Somit können die folgenden Randbedingungen angegeben werden:

$$\dot{\varepsilon}_{ges} = 0 \text{ und } \dot{T} = const \quad \text{Gl. 59}$$

Aus diesen Bedingungen folgt nach Gl. 29:

$$0 = \dot{\sigma} + \sigma \left(\frac{E_1}{\lambda_1} + \frac{E_1}{\lambda_2} \right) - \frac{E_1 \cdot E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel} + \alpha \dot{T} \cdot E_1 \quad \text{Gl. 60}$$

Mit dem diskreten Ansatz nach Gl. 34 und Gl. 35 folgt:

$$\Delta \varepsilon_{ges} = \Delta \varepsilon_{el} + \Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel} + \Delta \varepsilon_T = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Delta \varepsilon_{ges} = \frac{\sigma_i - \sigma_{i-1}}{E_1} + \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} + \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) + \alpha \cdot (T_i - T_{i-1}) = 0 \quad \text{Gl. 61}$$

Die Gl. 61 wird nach σ_i aufgelöst:

$$\frac{\sigma_i}{E_1} - \frac{\sigma_{i-1}}{E_1} + \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} + \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) + \alpha \cdot (T_i - T_{i-1}) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\sigma_i}{E_1} = \frac{\sigma_{i-1}}{E_1} - \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} - \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) - \alpha \cdot (T_i - T_{i-1}) \quad \Rightarrow$$

$$\sigma_i = \sigma_{i-1} - E_1 \cdot \frac{\sigma_{i-1} \cdot (t_i - t_{i-1})}{\lambda_1} - E_1 \cdot \left(\frac{\sigma_{i-1}}{\lambda_2} - \frac{E_2}{\lambda_2} \cdot \varepsilon_{vel\ i-1} \right) \cdot (t_i - t_{i-1}) - E_1 \cdot \alpha \cdot (T_i - T_{i-1}) \quad \text{Gl. 62}$$

Dies kann vereinfacht werden zu:

$$\begin{aligned}\sigma_i &= \sigma_{i-1} - E_1 \cdot \Delta \varepsilon_{vis} - E_1 \cdot \Delta \varepsilon_{vel} - E_1 \cdot \Delta \varepsilon_T & \Rightarrow \\ \sigma_i &= \sigma_{i-1} - E_1 \cdot (\Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel} + \Delta \varepsilon_T) & \text{Gl. 63}\end{aligned}$$

Wie oben beschrieben gilt: $\Delta \varepsilon_T = -\Delta \varepsilon_{el} - \Delta \varepsilon_{vis} - \Delta \varepsilon_{vel}$

Damit kann $\Delta \varepsilon_T$ ersetzt und der Ausdruck weiter vereinfacht werden:

$$\begin{aligned}\sigma_i &= \sigma_{i-1} - E_1 \cdot (\Delta \varepsilon_{vis} + \Delta \varepsilon_{vel} - \Delta \varepsilon_{el} - \Delta \varepsilon_{vis} - \Delta \varepsilon_{vel}) = \sigma_{i-1} - E_1 \cdot (-\Delta \varepsilon_{el}) & \Rightarrow \\ \sigma_i &= \sigma_{i-1} + E_1 \cdot \Delta \varepsilon_{el} & \text{Gl. 64}\end{aligned}$$

Diese vereinfachte Formel entspricht Gl. 58. Sie darf wiederum nicht darüber hinwegtäuschen, dass zur Berechnung von $\Delta \varepsilon_{el}$ unbedingt $\Delta \varepsilon_{vis}$, $\Delta \varepsilon_{vel}$ und $\Delta \varepsilon_T$ bekannt sein müssen.

In Abbildung 4-5 werden ein typischer Abkühlversuch mit $\dot{T} = -10$ K/h sowie ein über das Burgers-Modell berechneter Kurvenverlauf dargestellt. Die Burgers-Parameter - ermittelt im Retardationsversuch ($T = \pm 0$ °C und $\sigma = 0,547$ MPa) - haben die gleichen Werte wie in den Beispielen zuvor:

$$\begin{array}{ll} E_1 = 2.169 \text{ MPa} & \lambda_1 = 857.610 \text{ MPa}\cdot\text{s} \\ E_2 = 362 \text{ MPa} & \lambda_2 = 356.920 \text{ MPa}\cdot\text{s} \end{array}$$

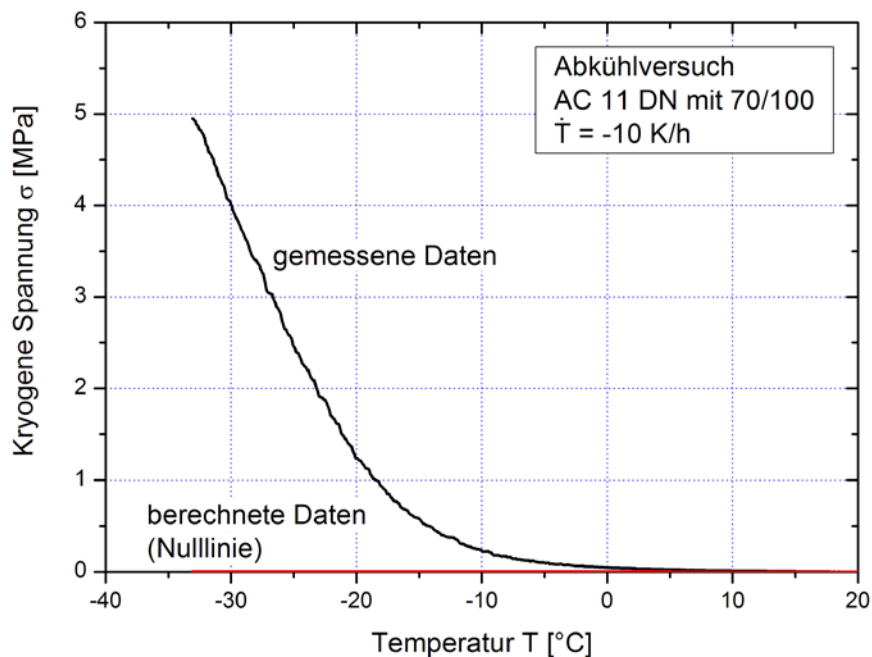


Abbildung 4-5: Abkühlversuch – Gemessene Daten und mit dem Burgers-Modell berechneter Kurvenverlauf

Mit den hier eingesetzten, konstanten Parametern ist das Burgers-Modell offensichtlich nicht in der Lage, qualitativ diesen Kurvenverlauf nachzuvollziehen.

Damit bleibt festzuhalten, dass das Burgers-Modell mit über den Versuchsverlauf konstant gehaltenen Parametern Retardationsversuche exakt, Relaxationsversuche qualitativ, Zugversuche tendenziell und Abkühlversuche nicht beschreiben kann.

4.5 Erstellen und Anwendung des Basis-Modells

Zunächst werden die in (Arand et al., 1996) beschriebenen Abhängigkeiten der Parameter des Burgers-Modell vorgestellt und funktional beschrieben. Im Weiteren folgt die Verifikation anhand charakteristischer Versuche.

4.5.1 Einfluss von Temperatur und Spannung auf die Burgers-Parameter

In dem Forschungsprojekt (Arand et al., 1996) wurde eine prinzipielle Abhängigkeit der Burgers-Parameter E und λ von der Spannung ermittelt:

$$E = 10^{a+b \cdot \sigma} \quad \text{und} \quad \lambda = 10^{a+b \cdot \sigma}$$

Gl. 65

Die ermittelten Koeffizienten a und b zur Berechnung jedes Burgers-Parameters sind in Tabelle 4-2 dargestellt.

Tabelle 4-2: Koeffizienten a und b zur Beschreibung der Burgers-Parameter in Abhängigkeit von der Spannung und Temperatur

Parameter Temperatur	E ₁		E ₂		λ ₁		λ ₂	
	a	b	a	b	a	b	a	b
+20 °C	1,1888	10,0509	0,9295	4,3244	6,2237	-18,7020	4,8112	-11,6837
+10 °C	1,8519	5,2835	1,3703	2,8893	5,7240	-2,7139	5,2015	-3,6160
±0 °C	2,5591	1,2280	1,8784	1,0100	6,2792	-0,6212	5,7345	-0,3318
-10 °C	3,0165	0,5363	2,6900	0,4257	7,3582	-0,3977	7,1431	-0,4436
-20 °C	3,8766	0,1095	3,7968	0,1137	8,5236	-0,1655	8,7870	-0,3816
-30 °C	(13,0999)	(-2,3464)	3,9985	0,2274	9,6296	-0,1315	(8,8286)	-0,2273

Die Bestimmtheitsmaße der Regressionen liegen zwischen 85,5 % und 99,3 %, wobei in der deutlichen Mehrzahl die 90 % überschritten werden. Eine Ausnahme bildet die Regression für λ₂ bei T = -30 °C mit 33,8 %.

Wie in Tabelle 4-2 zu erkennen, weichen die Koeffizienten zur Beschreibung der Burgers-Parameter E₁ und λ₂ bei T = -30 °C vom Trend der restlichen Daten ab. Der Grund liegt in den äußerst geringen Dehnungen, denen das Asphaltmaterial bei diesen tiefen Temperaturen unterworfen wird. Diese geringen Dehnungen liegen im Bereich der Messgenauigkeit des eingesetzten Messsystems, so dass hier starke Streuungen auftreten. Aus diesem Grund wird bei jedem Burgers-Parameter die Prüftemperatur T = -30 °C überprüft und gegebenenfalls von den weiteren Berechnungen ausgeschlossen.

Die in Tabelle 4-2 angegebenen Koeffizienten a können durch eine polynomiale bzw. lineare Gleichung der Form $a = a_0 + a_1 \cdot T + a_2 \cdot T^2$ gut angenähert werden. Tabelle 4-3 gibt die Regressionsfaktoren a₀, a₁ und a₂ sowie den Regressionsparameter r² an. In Abbildung 4-6 sind die ermittelten Gleichungen mit den genutzten Stützstellen für die Prüftemperaturen eingezeichnet.

Tabelle 4-3: Regressionsfaktoren a_0 , a_1 und a_2 zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit des Koeffizienten a

Burgers-Parameter	a_0	a_1	a_2	r^2
E_1	2,49858	-0,06540	-	0,9937
E_2	2,10912	-0,06696	-	0,9719
λ_1	6,41250	-0,05704	0,00187	0,9988
λ_2	5,85220	-0,09893	0,00242	0,9974

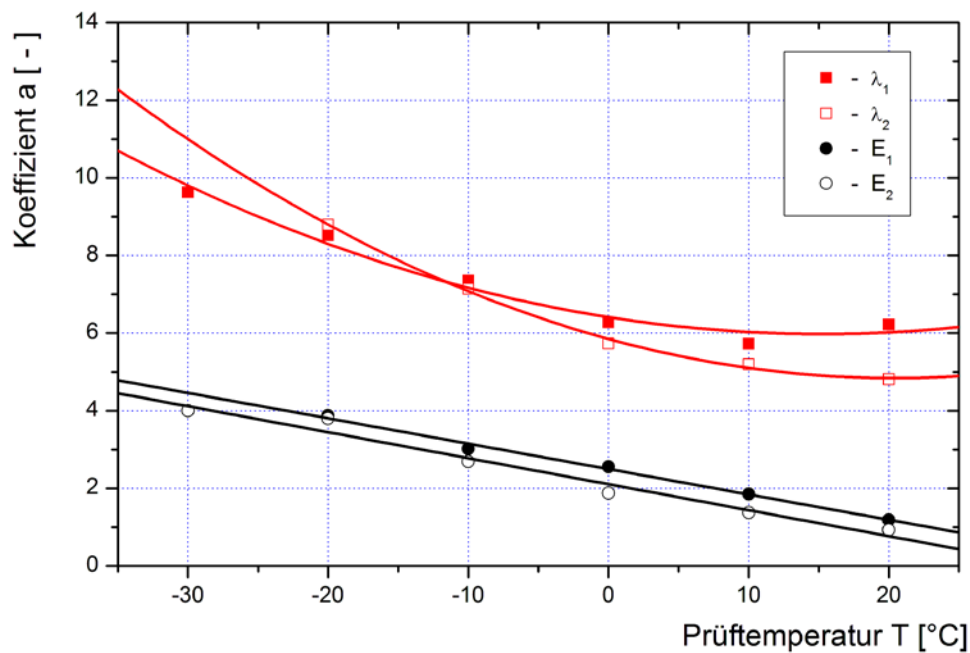


Abbildung 4-6: Ermittelte Regressionen für die Koeffizienten a zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit der Burgers-Parameter

Wie für den Koeffizienten a soll auch für den Koeffizienten b eine Regression über die Temperatur gefunden werden.

In Tabelle 4-2 ist zu erkennen, dass bei tiefen Temperaturen vom Trend abweichende Daten für E_1 auftreten, die wiederum von der weiteren Berechnung ausgeschlossen werden.

Für den Koeffizienten b stellt die Gleichung $b = b_0 + b_1 \cdot e^{\frac{T}{b_2}}$ eine gute Annäherung dar. Bei der Ermittlung der Regressionsfaktoren für die E-Moduln wird der Regressionsfaktor b_0 zu Null gesetzt, da sonst Fälle auftreten können, in denen der Koeffizient b kleiner Null wird, was dem dargestellten Trend widerspricht.

In der Tabelle 4-4 sind die ermittelten Regressionsfaktoren b_0 , b_1 und b_2 sowie der Regressionskoeffizient r^2 dargestellt und in Abbildung 4-7 sind wiederum die eingesetzten Daten mit den ermittelten Regressionen eingezeichnet.

Tabelle 4-4: Regressionsfaktoren b_0 , b_1 und b_2 zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit des Koeffizienten b

Burgers-Parameter	b_0	b_1	b_2	r^2
E_1	0,0	1,92035	11,93873	0,9806
E_2	0,0	1,23597	15,49257	0,9686
λ_1	-0,22554	-0,34084	5,00908	0,9999
λ_2	-0,11814	-0,86968	7,71826	0,9943

Damit kann die Abhängigkeit der Burgers-Parameter von der Spannung und der Temperatur zusammengefasst werden zu:

$$\lambda = 10 \left((a_0 + a_1 \cdot T + a_2 \cdot T^2) + \left(b_0 + b_1 \cdot e^{T/b_2} \right) \cdot \sigma \right) \quad \text{bzw.}$$

$$E = 10 \left((a_0 + a_1 \cdot T + a_2 \cdot T^2) + \left(b_0 + b_1 \cdot e^{T/b_2} \right) \cdot \sigma \right)$$

Gl. 66

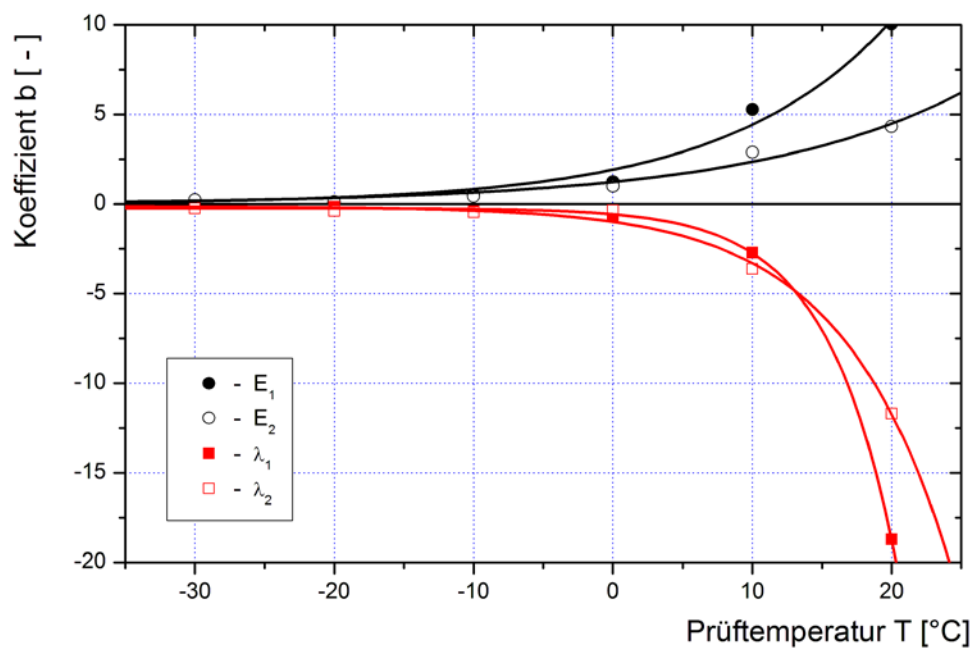


Abbildung 4-7: Ermittelte Regressionen für die Koeffizienten b zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit der Burgers-Parameter

Die hier ermittelte, spezielle funktionale Beschreibung der Werte der Burgers-Parameter wird in die Gleichungen 30 bis 33 oder in Gleichung 35 eingesetzt. Damit ist es möglich anhand der Spannungs- oder Temperaturwerte zum Zeitpunkt i-1 basierend auf der Spannung / Dehnung zum Zeitpunkt i-1 die Spannung / Dehnung zum Zeitpunkt i zu berechnen.

Es ergibt sich ein Burgers-Modell, erweitert um den Einfluss der temperaturbedingten Dehnungen, mit funktional beschriebenen Werten für die Burgers-Elemente (über einen großen Spannungs- und Temperaturbereich). Dieses spezielle Modell wird im Folgenden als Basis-Modell bezeichnet.

Mollenhauer (2008) untersuchte ebenfalls Retardationsversuche, die er mit dem Burgers-Modell auswertete und für die er Abhängigkeiten der Parameter ermittelte. Er wählte den gleichen Ansatz (Gl. 65) zur Beschreibung der Spannungsabhängigkeit. Mollenhauer konnte jedoch alle Koeffizienten a durch eine lineare Gleichung beschreiben, allerdings zu Lasten eines geringeren Bestimmtheitsmaßes. Zur Beschreibung der Koeffizienten b der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 wählte er einen exponentiellen Ansatz der Form $b = 10^{c+d \cdot T}$, welcher qualitativ zu den gleichen Ergebnissen wie hier führte. Für die Elastizitätsmoduln E_1 und E_2 gab Mollenhauer keine Berechnung der Koeffizienten b an. Er berechnete den mittleren Modul E_1 oder E_2 in Abhängigkeit der Temperatur zu: $E_{1/2} = 10^{p+q \cdot T}$.

Hase (1991) hat nachgewiesen, dass eine funktionale Abhängigkeit zwischen der Zugviskosität bei Retardationsversuchen und der Temperatur sowie der Spannung besteht. Er untersuchte zwar einen Gussasphalt MA 11, dessen prinzipielle Zusammenhänge sich aber im Allgemeinen auch auf Walzasphalte übertragen lassen.

Hase ermittelte folgende Einflüsse von Temperatur T und Spannung σ auf die Zugviskositäten λ_1 und λ_2 des Burgers-Modells:

Für die Temperatur [K]: $\lambda(T) = 10^{(10^a \cdot T^b)}$ [MPa·s] Gl. 67

Für die Spannung [MPa]: $\lambda(\sigma) = a \cdot e^{b \cdot \sigma}$ [MPa·s] Gl. 68

Die Gl. 67 entspricht qualitativ der Gl. 65, so dass die Aussage bestätigt wird, dass eine exponentielle Abhängigkeit der Zugviskosität von der Zugspannung besteht.

Die Abhängigkeit von der Temperatur lässt sich nicht mit den in dieser Arbeit oder von Mollenhauer gewonnenen Daten bestätigen.

Die kombinierte Abhängigkeit beider Einflussgrößen beschreibt Hase mit:

$$\lambda(T, \sigma) = \left(a \cdot e^{b \cdot T} \right) \cdot e^{\left(\frac{c}{T-d} \right)} \cdot \sigma \quad [\text{MPa} \cdot \text{s}] \quad \text{Gl. 69}$$

mit T = Temperatur [°C]
 σ = Spannung [MPa]
 a,b,c,d = zu ermittelnde Parameter

Der Vergleich von Gl. 69 mit Gl. 66 zeigt, dass in der vorliegenden Arbeit ein stärkerer Einfluss der Temperatur besteht.

Aschenbrenner (2006) und Gartung (1996) setzen in ihren Arbeiten die Arrhenius-Funktion (Gl. 13) zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit der Viskositäten ein (siehe Kapitel 3.3.1). Damit bestätigen beide die bislang ermittelten exponentiellen Abhängigkeiten. Weitere Beispiele dazu können z.B. bei Gehm (1998) nachgeschlagen werden.

Weiterhin beschreibt Gartung (1996) die Abhängigkeit der beiden Elastizitätsmoduln des Burgers-Modells (ermittelt an Retardationsversuchen) von der Temperatur T zu:

$$E(T) = a \cdot e^{b \cdot T} \quad [\text{MPa}]. \quad \text{Gl. 70}$$

Ein Ansatz der qualitativ von Mollenhauer und - allerdings mit einem anderen Prüfverfahren - von Arand (1975) bestätigt wird.

Krass (1971) konnte die exponentielle Abhängigkeit von der Temperatur für alle eingesetzten Modellparameter ermitteln, gab aber keine mathematische Beschreibung seiner Ergebnisse an. Da die Abhängigkeiten mit anderen Prüfverfahren (Kriechversuche im Druckbereich) ermittelt wurden, bestätigt sich hier ein offensichtlich für Asphalt allgemein gültiger Ansatz.

Im Folgenden werden die soeben funktional beschriebenen Burgers-Parameter, welche jetzt temperatur- und spannungsabhängig angegeben werden können, auf alle vier Prüfverfahren angewandt.

4.5.2 Anwendung des Basis-Modells auf den Retardationsversuch

Da die funktional beschriebenen Werte der Burgers-Parameter (Basis-Modell) mit dem Retardationsversuch ermittelt wurden, sollte hier eine hohe Übereinstimmung gefunden werden.

In der folgenden Abbildung 4-8 sind die gemessenen Daten des bereits vorgestellten Beispiels eingezeichnet. Dazu ist der mit dem Basis-Modell berechnete Kurvenverlauf dargestellt (Parametersatz 2). Weiterhin ist der Kurvenverlauf des Burgers-Modells mit den von Arand et al. (1996) ermittelten Burgers-Parametern dargestellt (Parametersatz 1).

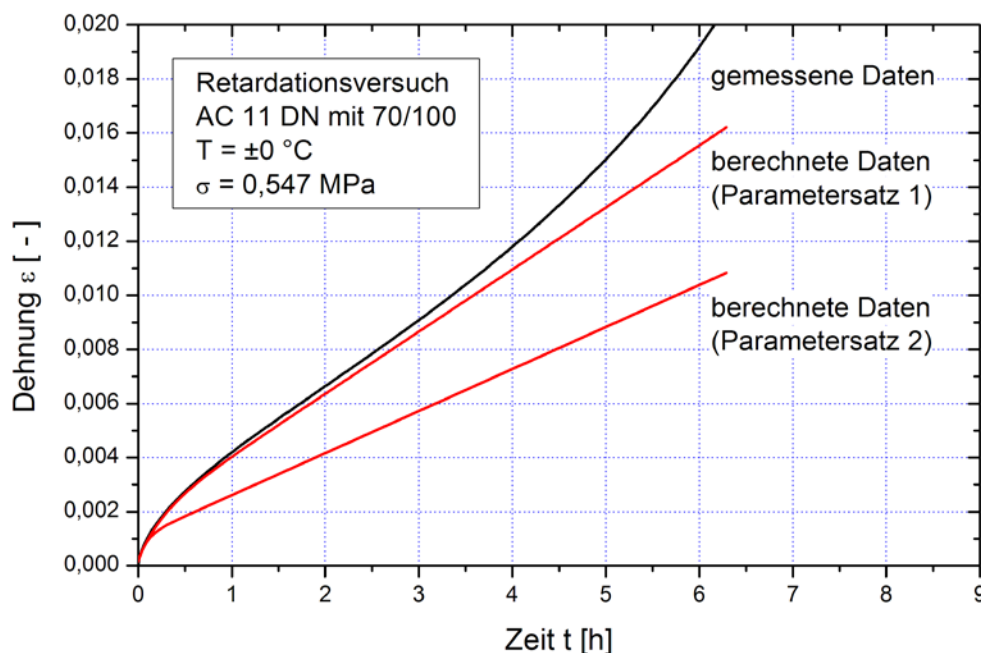


Abbildung 4-8: Retardationsversuch – Gemessene und mit dem Burgers-Modell (Parametersatz 1) sowie Basis-Modell (Parametersatz 2) berechnete Kurvenverläufe

Während des Retardationsversuches ändern sich weder Spannung noch Temperatur. Die in Abbildung 4-8 auftretende Abweichung der berechneten Daten des Parametersatzes 2 zu den gemessenen Daten beruhen nur auf einem nicht zu vermeidenden Glättungseffekt, der durch die funktionale Beschreibung der Werte der Burger-Parameter eintritt (siehe Kapitel 4.5.1). Die ursprünglich für diesen einzelnen Versuch ermittelten Burgers-Parameter (Parametersatz 1) weisen eine deutlich bessere Annäherung auf.

Dieser nicht zu vermeidende Glättungseffekt wirkt sich ebenfalls auf die Berechnungen mit den weiteren Prüfverfahren aus. Wird im Folgenden von einem Glättungseffekt gesprochen, bezieht sich dieser immer auf die glättende Wirkung der funktionalen Beschreibung der Burgers-Parameter (Basis-Modell) gegenüber den ermittelten Parametern eines Einzelversuches.

Der überproportionale Anstieg gegen Versuchsdaten sowie die Abweichung aufgrund des Glättungseffektes sollen im Weiteren durch eine Modifikation innerhalb des Modells beschrieben werden. Aus diesem Grund wird auf die Auswirkungen des Glättungseffektes nicht weiter eingegangen.

4.5.3 Anwendung des Basis-Modells auf den Relaxationsversuch

In Abbildung 4-9 ist dem bekannten Beispiel die mit dem Basis-Modell berechnete Kurve gegenübergestellt.

Für den Relaxationsversuch kann eine tendenziell gute Annäherung des Burgers-Modells an die gemessenen Daten erzielt werden.

Da die Temperatur konstant bleibt, weist nur die sich reduzierende Spannung einen Einfluss auf die Parameter auf. Weiterhin übt der Einfluss der Glättung bei der funktionalen Beschreibung der Parameter einen hier nicht zu bestimmenden Einfluss auf die Annäherung aus. Zur weiteren Optimierung sollte zusätzlich zur der Korrektur des Glättungseffektes eine Korrektur zur Berücksichtigung des Einflusses der Startdehnung bzw. Startspannung erfolgen.

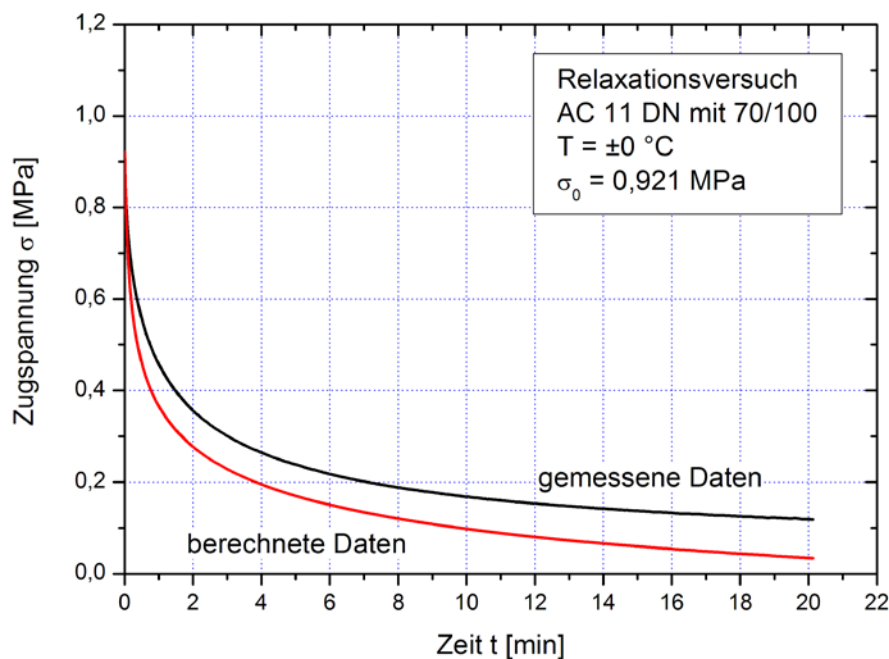


Abbildung 4-9: Relaxationsversuch – Gemessene und mit dem Basis-Modell (Parameter abhängig von Spannung und Temperatur) berechnete Kurvenverläufe

4.5.4 Anwendung des Basis-Modells auf den Zugversuch

Abbildung 4-10 zeigt das bisher genutzte Beispiel und den anhand des Basis-Modells berechneten Zugspannungsverlauf.

Die Zugversuche weisen mit den Abhängigkeiten der Burgers-Parameter von der Spannung (die Temperatur bleibt konstant) eine gegenläufige Tendenz der berechneten zu den gemessenen Daten auf. Die funktionale Beschreibung erzeugt einen Glättungseffekt, der zu Abweichungen bei der Berechnung führen kann. Dieser Einfluss kann hier nicht abgeschätzt werden, doch kann die Abweichung der berechneten Daten damit vermutlich nicht begründet werden. Hier ist eine umfangreiche Modifikation nötig.

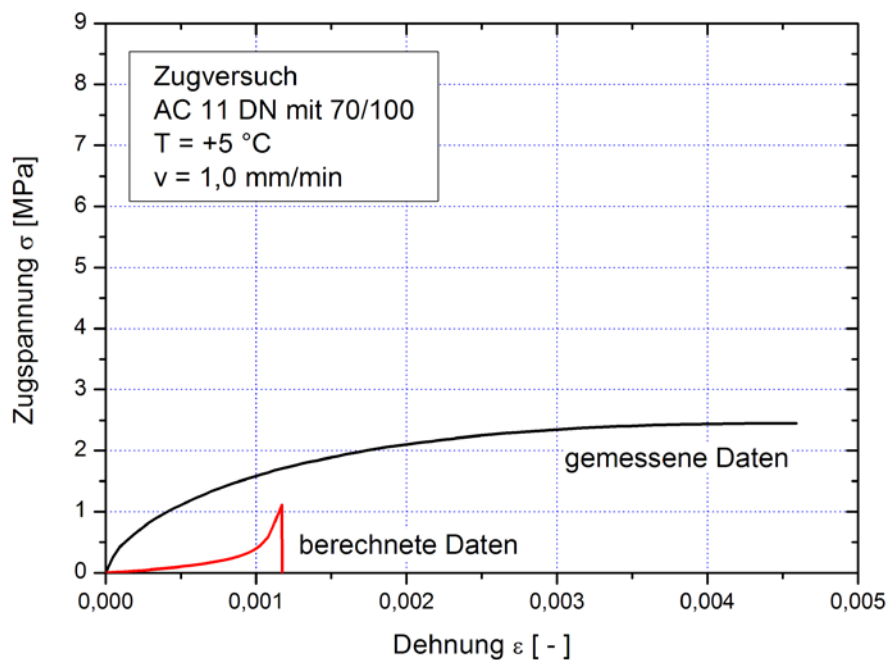


Abbildung 4-10: Zugversuch – Gemessene und mit dem Basis-Modell (Parameter abhängig von Spannung und Temperatur) berechnete Kurvenverläufe

4.5.5 Anwendung des Basis-Modells auf den Abkühlversuch

In Abbildung 4-11 sind die gemessenen Daten des zuvor genutzten Beispiels sowie der mit dem Basis-Modell berechnete Kurvenverlauf dargestellt.

Für den Abkühlversuch weisen die Abhängigkeiten von Temperatur und Spannung – beides ändert sich im Versuchsverlauf – qualitativ in die richtige Richtung. Das Niveau der berechneten Spannungen ist jedoch deutlich zu niedrig. Auch hier kann der Einfluss der Glättung bei der funktionalen Beschreibung der Burgers-Parameter nicht abgeschätzt werden. Somit besteht auch hier Bedarf zur Anpassung der Burgers-Parameter.

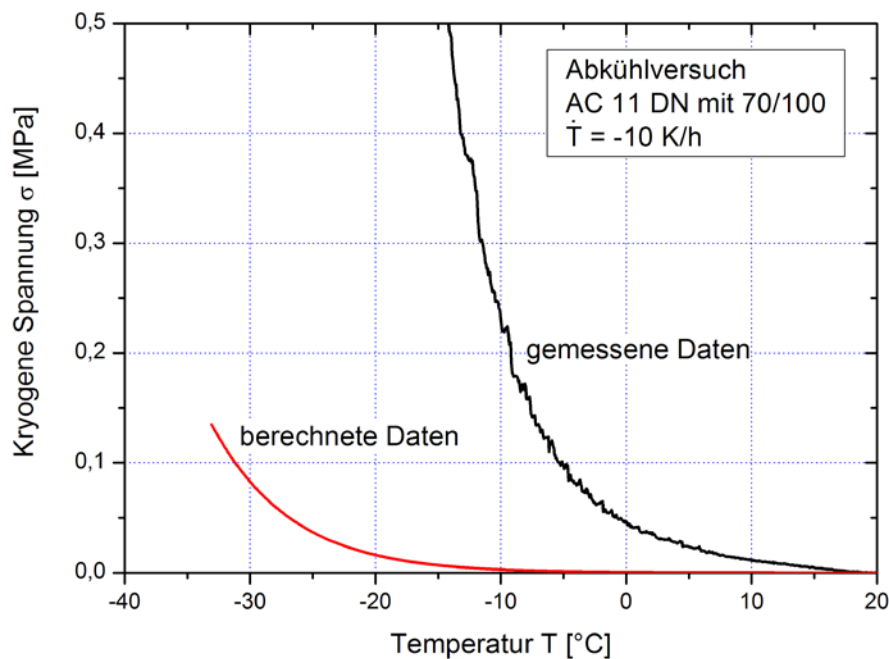


Abbildung 4-11: Abkühlversuch – Gemessene und mit dem Basis-Modell (Parameter abhängig von Spannung und Temperatur) berechnete Kurvenverläufe

4.6 Modifikation des Basis-Modells und dessen Anwendung

Wie zuvor beschrieben, können die Burgers-Parameter, basierend auf den Ergebnissen von Retardationsversuchen, funktional in Abhängigkeit von der Spannung und der Temperatur beschrieben werden (Basis-Modell). Die Übertragung und Anwendung der Burgers-Parameter für die hier untersuchten Prüfverfahren zeigte anhand charakteristischer Beispiele keine akzeptable Anpassung an die gemessenen Daten.

Ein Grund ist, dass die funktionale Beschreibung der Burgers-Parameter (Basis-Modell) einen nicht zu vermeidenden Glättungseffekt bewirkt. Darüber hinaus treten gravierende Abwei-

chungen auf, die eine andere Ursache haben müssen. Es wird angenommen, dass Bedingungen eintreten, welche eine Schädigung der Probekörper bewirken:

- Im Retardationsversuch wird die tertiäre Phase erreicht (siehe Kapitel 2.2.2). Diese beruht auf einer exponentiell wachsenden Gefügestörung im Asphalt und kann nicht mit dem Burgers-Modell an sich erklärt werden. Diese physikalische Schädigung könnte anhand einer Veränderung der Parameter im Burgers-Modell beschrieben werden, was im Folgenden untersucht werden soll.
- Beim Relaxationsversuch könnte eine Schädigung nur bei Versuchsbeginn auftreten. Es wird spontan eine Dehnung zum Erreichen der Startspannung σ_0 aufgebracht, anschließend wird der Probekörper nicht weiter beansprucht. Diese spontane Dehnung, bzw. der spontane Spannungsaufbau beträgt zwischen 0,041 MPa bei $T = +20\text{ °C}$ und 4,7 MPa bei $T = -10\text{ °C}$ innerhalb einer Zeitspanne von ca. 0,1 s bei $T = +20\text{ °C}$ und max. 20 s bei $T = -10\text{ °C}$. Die hier auftretende Spannung wird nach dem Burgers-Modell vollständig von der Feder E_1 aufgenommen. Eine Schädigung sollte daher theoretisch nicht stattfinden.
- Im Zugversuch wird dem Probekörper eine Dehnung bis zum Riss bzw. bis zu einem maximalen Spannungswert aufgezwungen. Hier ist offensichtlich, dass zumindest bei Temperaturen $T > \pm 0\text{ °C}$ eine Gefügestörung im Material auftritt, so dass das hier eingesetzte Burgers-Modell das Materialverhalten nicht mehr richtig abbilden kann. Weiterhin ist die Dehngeschwindigkeit relativ hoch. So kann der Probekörper die erzwungenen Dehnungen - insbesondere bei tiefen Temperaturen - nicht durch Spannungsrelaxation abbauen und erleidet eine Schädigung. Das einzige Element im Burgers-Modell, welches die erzwungene Dehnung (viskose Verformung) abbauen könnte, ist der Dämpfer λ_1 . Die Größenordnung von λ_1 liegt bei dem hier untersuchten Asphaltbeton im Bereich von ca. $6,0 \cdot 10^4\text{ MPa}\cdot\text{s}$ bis zu $1,4 \cdot 10^9\text{ MPa}\cdot\text{s}$. Daraus folgt, dass ein kleiner Spannungsaufbau von ca. 0,1 MPa innerhalb einer Zeitspanne von 62,5 s bis 1.458.333 s möglich ist. Erfolgt ein höherer Spannungsaufbau, z.B. bei tieferen Temperaturen von 2 MPa wird eine Zeitspanne von 3,12 s bis 72.917 s benötigt. Bei höheren Temperaturen könnten kleinere Spannungen aufgrund der geringen Zugviskositäten noch abgebaut werden, doch bei tiefen Temperaturen und hohen Zugviskositäten wird eine deutlich längere Zeit benötigt, als es die dem Probekörper aufgezwungene Dehngeschwindigkeit erlaubt. Hier tritt die Wirkung der singulären Feder E_1 in den Vordergrund, welche ggf. bis zum Versagen beansprucht

wird. Dies soll durch eine Veränderung, d.h. Schädigung der Parameter im Burgers-Modell abgebildet werden.

- Der Abkühlversuch ist mit dem Zugversuch vergleichbar, nur dass die Dehnungen nicht von außen aufgezwungen, sondern in Abhängigkeit des Dehnungsvermögens (Wärmedehnkoeffizient α) eingeleitet werden. Der hier eingesetzte Asphalt hat eine Wärmedehnzahl von ungefähr $\alpha = 28 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Eine Abkühlung von 10 K bewirkt eine Dehnung von $28 \cdot 10^{-5}$ [-]. Bei hohen Temperaturen (etwa bis zum Gefrierpunkt) kann der Dämpfer die entsprechenden Spannungen schnell wieder abbauen. Bei hohen Temperaturen können die geringen Zugviskositäten von ca. $6,0 \cdot 10^4 \text{ MPa}\cdot\text{s}$ bzw. bei tiefen Temperaturen die hohen Zugviskositäten von ca. $1,4 \cdot 10^9 \text{ MPa}\cdot\text{s}$ angesetzt werden. Bei einer maximalen Spannung von 8 MPa wird eine Zeitspanne von 2,1 s bis 49.000 s benötigt, um diese abzubauen. Im hohen Temperaturbereich ist somit ein Abbau möglich. Im tiefen Temperaturbereich steht diese Zeit nicht zur Verfügung, die kryogene Spannung nimmt schnell zu. Auch dieser Effekt soll durch eine Überlastung, d.h. Schädigung der Parameter im Burgers-Modell abgebildet werden.

Die beschriebene, physikalische Schädigung kann als Risswachstum (siehe Mollenhauer, 2008) interpretiert werden. Allerdings tritt bei Zugversuchen im Temperaturbereich $T > \pm 0 \text{ } ^\circ\text{C}$ vermutlich nicht nur Risswachstum auf, sondern eine allmähliche plastische Gefügestörung. Dies zeigt sich daran, dass die Zugspannung einen Maximalwert erreicht und wieder abfällt, ohne eine Rissbildung.

Daher soll zur Beschreibung der physikalischen Schädigungen – ähnlich wie von Gartung (1996) – eine Modifikation der einzelnen Burgers-Elemente erfolgen. Aus physikalischer Sicht ist es plausibel, dass alle Elemente des Modells geschädigt werden können und sich ihre Werte entsprechend ändern. Ob dies auch aus mathematischer Sicht notwendig ist, wird in den folgenden Kapiteln untersucht.

Die Schädigung der Modell-Elemente soll derart erfolgen, dass sich ihre Werte aufgrund einer schädigenden Ursache, wie z.B. der exponentiellen Dehnungszunahme, verringern. Die schädigende Ursache muss numerisch beschrieben werden können, so dass die Auswirkungen auf die Werte der Burgers-Elemente mathematisch, d.h. funktional, ermittelt werden können.

Ziel ist es, zu einem bestimmten Zeitpunkt innerhalb eines Versuches zunächst die Werte der Burgers-Parameter aufgrund des Basis-Modells zu berechnen (Abhängigkeit von der aktuellen Spannung und der aktuellen Temperatur) und diese anschließend in Abhängigkeit von der Schädigungsursache derart zu modifizieren, dass anhand des damit berechneten Burgers-Modells die gemessenen Daten mit ausreichender Präzision wiedergegeben werden können.

Neben der Ermittlung einer Modifikation der Burgers-Parameter (Anpassung an die gemessenen Versuchsdaten) soll eine physikalisch plausible Interpretation der Schädigung erfolgen. Daher soll der Einfluss der Spannung oder Dehnung als Ursache für Schädigung in allen vier Prüfverfahren – bei denen das gleiche Asphalt-Mischgut eingesetzt wurde – den gleichen Effekt auf die Burgers-Parameter ausüben.

Die Modifikation der Burgers-Parameter beinhaltet auch einen weiteren Effekt. Wie in Kapitel 4.5 und insbesondere Kapitel 4.5.2 angegeben, bewirken die funktional beschriebenen und somit über die Spannung und Temperatur geglätteten Burgers-Parameter (Basis-Modell) eine Abweichung von den für jeden Versuch einzeln ermittelten Parametern (Glättungseffekt). Durch die Einführung von Korrektur-Koeffizienten werden diese Abweichungen ausgeglichen.

4.6.1 Modifikation der Burgers-Parameter beim Retardationsversuch

Beim Retardationsversuch tritt in der tertiären Phase eine überproportionale Dehnung auf, d.h. eine Abweichung vom linearen Verhalten. In dieser Phase des Versuches dominiert viskoses Kriechen des Dämpfers λ_1 . Das viskose Verhalten wird durch $\dot{\varepsilon}_{vis} = \frac{\sigma}{\lambda_1}$ beschrieben. Wird λ_1 überproportional, z.B. exponentiell verringert, vergrößert sich die resultierende Dehnung ebenfalls exponentiell. Einflussgröße für die Zunahme der Dehnungen soll die bisher erzielte Dehnung ε darstellen. Der Schädigung wird somit nicht die ursächliche Spannung, sondern die bewirkte Dehnungsänderung zu Grunde gelegt.

Im Folgenden soll λ_1 nacheinander durch die folgenden zwei Ausdrücke ersetzt werden:

$$1) \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_1^\varepsilon} \quad \text{Gl. 71}$$

$$2) \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_1 \cdot d_2^\varepsilon} \quad \text{Gl. 72}$$

Die Änderungen sind für das bekannte Beispiel in Abbildung 4-12 eingezeichnet.

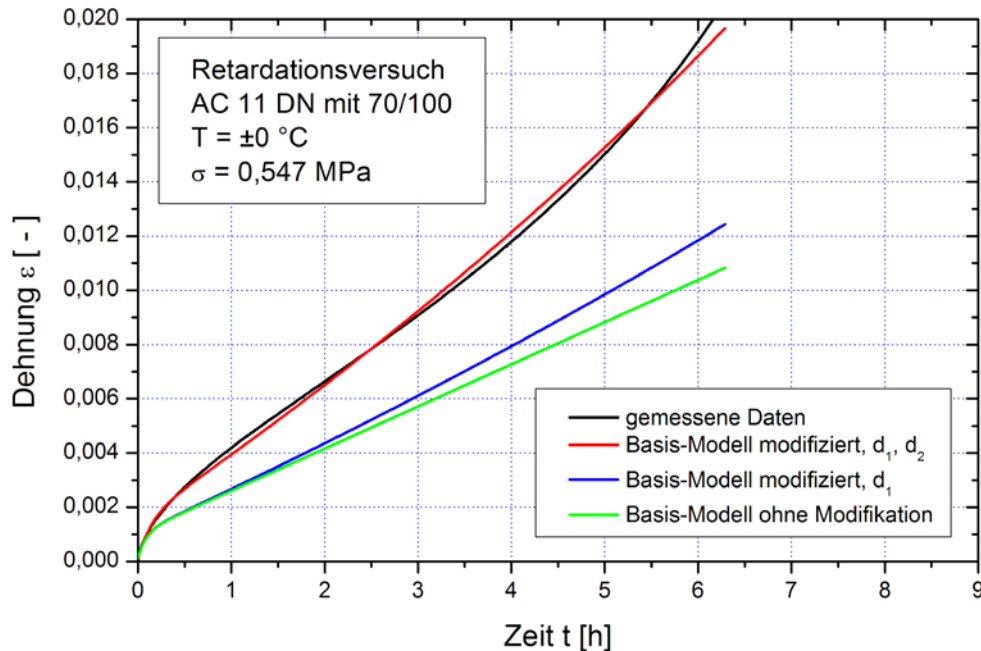


Abbildung 4-12: Retardationsversuch – Gemessene und mit dem modifizierten Basis-Modell bei unterschiedlicher Schädigung des Parameters λ_1 berechnete Kurvenverläufe

In Abbildung 4-12 wird erkannt, dass die Modifikation nach Gl. 72 die bisher beste Anpassung erzielt. Gleichzeitig wird damit der Einfluss der Glättung bei der funktionalen Beschreibung der Burgers-Parameter (siehe Abbildung 4-8) wieder ausgeglichen. Diese beiden Effekte können nicht getrennt werden.

Mit dieser Methode soll im Folgenden weiter gearbeitet werden, d.h. alle aufgezeichneten Ergebnisse der Retardationsversuche sollen mit dem Basis-Modell sowie darauf aufsetzend mit der nach Gl. 72 beschriebenen Modifikation berechnet werden.

Soweit möglich sollen auch die Prüfverfahren Relaxations-, Zug- und Abkühlversuch mit dieser Methode der Modifikation untersucht werden.

4.6.2 Modifikation der Burgers-Parameter beim Relaxationsversuch

Wie zuvor beschrieben tritt beim Relaxationsversuch theoretisch keine Schädigung auf. Die spontane Startdehnung zu Beginn des Versuches sollte von der Feder E_1 oder bei längerer Dauer zusätzlich vom Dämpfer λ_1 aufgenommen werden können. Um aber zumindest die Glättungseffekte beim Basis-Modell wieder ausgleichen zu können, soll zunächst die Feder E_1 modifiziert werden.

Dem Probekörper wird in der Startphase zwar eine Dehnung aufgezwungen, die jedoch in der Praxis als Startspannung – in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit – festgelegt wird. Aus diesem Grund soll als Einflussgröße für die Modifikation die erzwungene Startspannung σ_0 einfließen.

Damit soll E_1 zunächst durch den folgenden Ausdruck (analog zum Retardationsversuch) ersetzt werden:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^{\sigma_0}} \quad \text{Gl. 73}$$

Die dadurch erzielten Änderungen sind für das bekannte Beispiel in Abbildung 4-13 eingezeichnet.

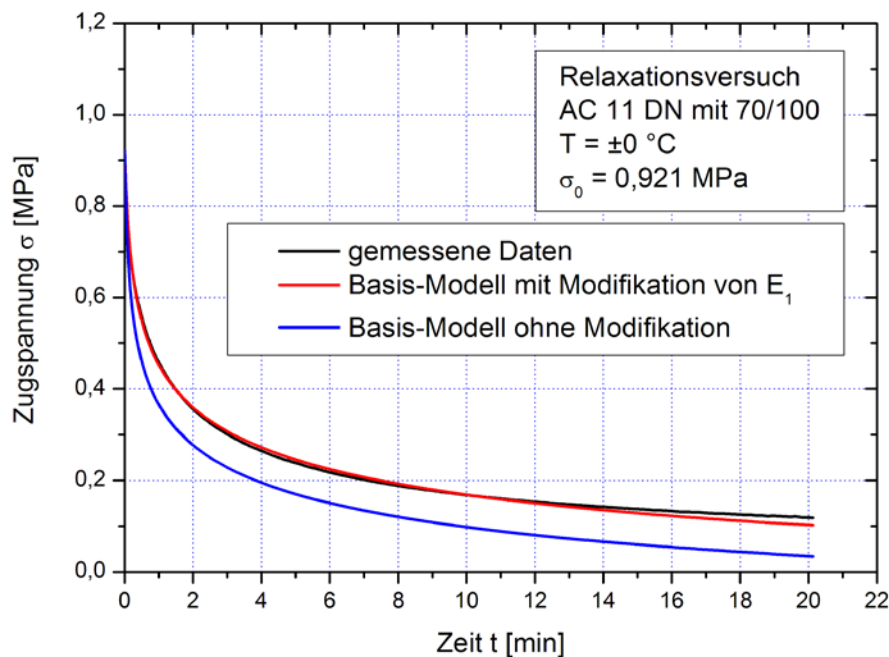


Abbildung 4-13: Relaxationsversuch – Gemessene und mit dem modifizierten Basis-Modell (Parameter abhängig von Spannung und Temperatur sowie Modifikation des Parameters E_1) berechnete Kurvenverläufe

Die Modifikation der Feder E_1 in der Startphase erzielt eine akzeptable Anpassung. Abweichungen aufgrund der Glättung bei der funktionalen Beschreibung der Burgers-Parameter werden ausgeglichen, können aber nicht von auftretenden Schädigungseffekten getrennt werden.

Mit dieser Modifikation sollen im Weiteren alle aufgezeichneten Ergebnisse der Relaxationsversuche nachgerechnet werden.

4.6.3 Modifikation der Burgers-Parameter beim Zugversuch

Beim Zugversuch tritt eine Schädigung mit zunehmender Verformung / Dehnung des Probekörpers ein. Wie auch beim Retardationsversuch soll die Schädigung nicht anhand der verursachenden Dehnung, sondern anhand der erzielten Wirkung auf den Probekörper beschrieben werden. Dies bedeutet, dass die gemessene bzw. berechnete Spannung σ als Einflussgröße zur funktionalen Beschreibung genutzt wird.

Die Modifikation soll zunächst im Wesentlichen den Dämpfer λ_1 betreffen, da dieser bleibende Verformungen ausgleicht.

Analog zum Retardationsversuch erfolgt zunächst die Modifikation von λ_1 zu:

$$\lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\sigma} \quad \text{Gl. 74}$$

Da diese Modifikation nicht zum gewünschten Erfolg führt (siehe Abbildung 4-14), wird der Burgers-Parameter E_1 in gleicher Weise modifiziert:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\sigma} \quad \text{Gl. 75}$$

Die so erzielten Änderungen der einzeln und gemeinsam modifizierten Parameter sind für das bereits angewandte Beispiel in Abbildung 4-14 dargestellt.

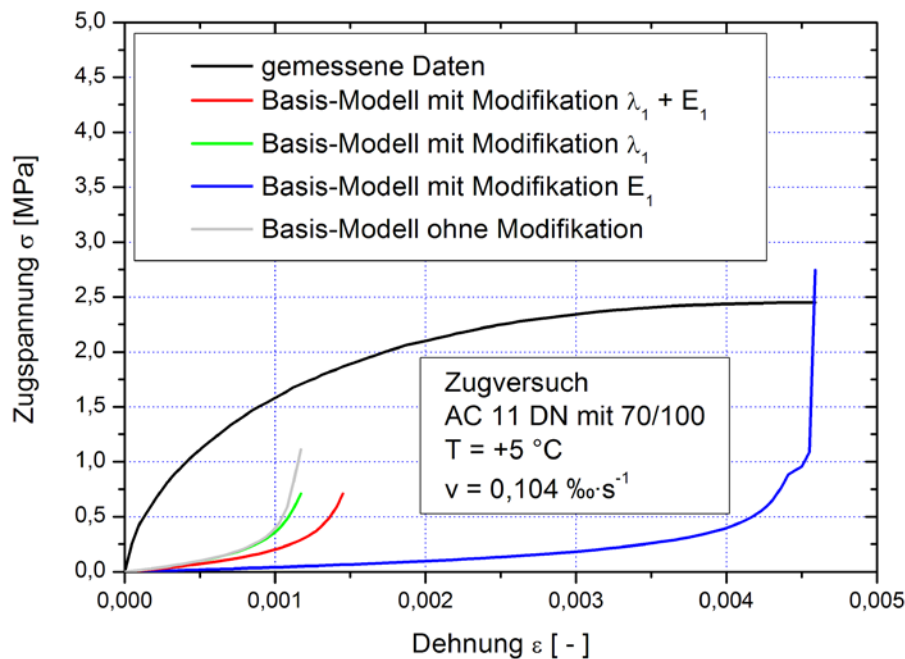


Abbildung 4-14: Zugversuch – Gemessene und mit dem modifizierten Basis-Modell (Parameter abhängig von Spannung und Temperatur sowie Modifikation von E_1 und λ_1) berechnete Kurvenverläufe

Die Modifikation des Parameters λ_1 bringt eine nur unzureichende Verschiebung des berechneten Kurvenverlaufes, während die Modifikation des Parameters E_1 zu einer deutlichen Verschiebung führt. Die gleichzeitige Modifikation beider Parameter weist nur eine unzureichende Annäherung an die gemessenen Daten auf.

Im nächsten Schritt werden auch die Parameter E_2 und λ_2 modifiziert. Dazu werden diese, analog zu E_1 und λ_1 ersetzt durch:

$$E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_5 \cdot d_6^\sigma} \quad \text{Gl. 76}$$

$$\lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_7 \cdot d_8^\sigma} \quad \text{Gl. 77}$$

Die Modifikation wird somit auf alle vier Burgers-Parameter angewandt. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Abbildung 4-15 dargestellt.

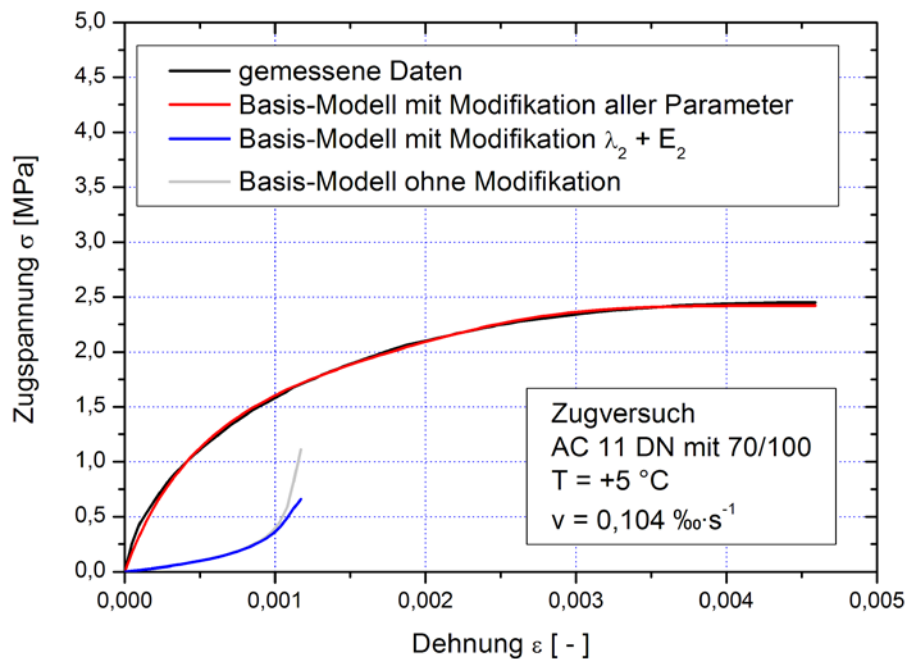


Abbildung 4-15: Zugversuch – Gemessene und mit dem modifizierten Basis-Modell (Parameter abhängig von Spannung und Temperatur sowie Modifikation aller Parameter) berechnete Kurvenverläufe

Der Einfluss der Modifikation auf die Parameter E_2 und λ_2 kann als unbedeutend angesehen werden. Demgegenüber bringt die Modifikation aller vier Burgers-Parameter eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Daten.

Weitere Möglichkeiten der Modifikation auf einzelne Parameter oder Kombinationen davon sind hier nicht weiter ausgeführt, da sie zu keiner entscheidenden Verbesserung der Annäherung beitragen.

4.6.4 Modifikation der Burgers-Parameter beim Abkühlversuch

Der Abkühlversuch weist einen zunächst exponentialen Anstieg auf, der dann annähernd linear verläuft. Das Basis-Modell kann dieses Verhalten nicht ausreichend wiedergeben, wie bereits in Kapitel 4.5.5 gezeigt. Theoretisch sollte der Parameter λ_1 , wie auch beim Zugversuch, eine bleibende Verformung aufnehmen. Daher werden, analog zum Zugversuch zunächst die Parameter E_1 und λ_1 wie folgt modifiziert:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\sigma} \quad \text{und} \quad \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\sigma} \quad \text{Gl. 78}$$

Die so erhaltenen Veränderungen bei den Berechnungen sind in Abbildung 4-16 dargestellt.

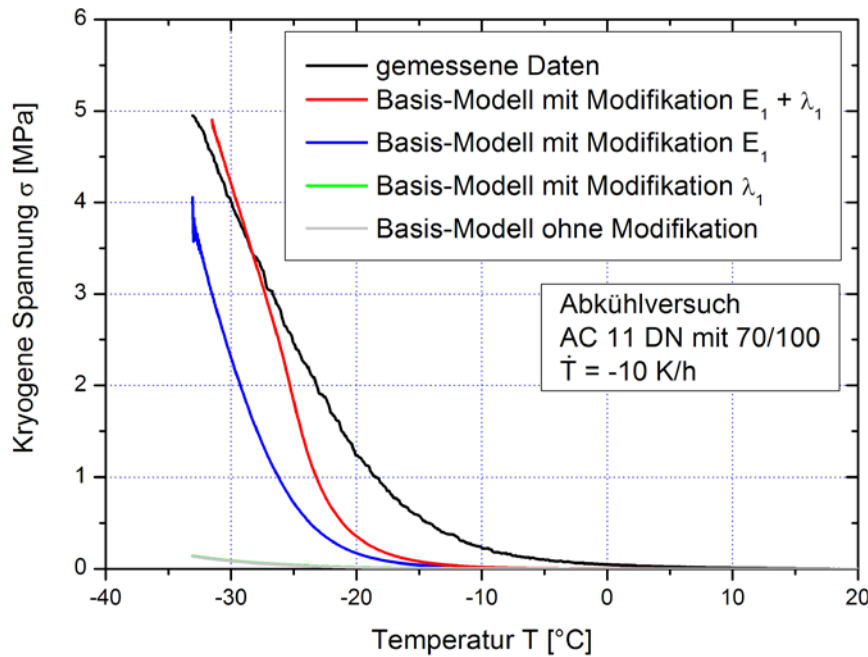


Abbildung 4-16: Abkühlversuch – Gemessene und mit dem modifizierten Basis-Modell (Parameter abhängig von Spannung und Temperatur sowie Modifikation von E_1 und λ_1) berechnete Kurvenverläufe

Der Einfluss der Modifikation auf den Parameter λ_1 kann vernachlässigt werden, während der Einfluss auf den Parameter E_1 wesentlich ist. Die Modifikation der beiden Parameter E_1 und λ_1 zeigt in der Schlussphase des Versuches zwar eine gute Annäherung, weist aber im mittleren Bereich eine starke Abweichung auf.

Um diese Abweichung im mittleren Versuchsbereich zu verhindern, werden auch die Parameter E_2 und λ_2 wie folgt modifiziert:

$$E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_5 \cdot d_6^\sigma} \quad \text{und} \quad \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_7 \cdot d_8^\sigma} \quad \text{Gl. 79}$$

Der Einfluss der Modifikation auf die Parameter E_1 und E_2 sowie auf alle vier Burgers-Parameter wird berücksichtigt. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Abbildung 4-17 wiedergegeben.

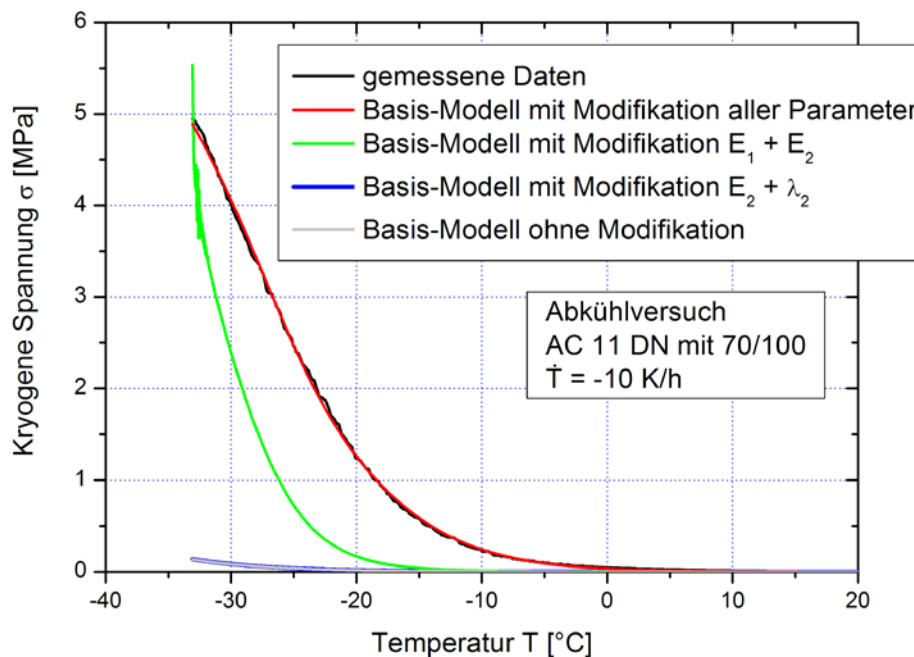


Abbildung 4-17: Abkühlversuch – Gemessene und mit dem modifizierten Basis-Modell (Parameter abhängig von Spannung und Temperatur sowie Modifikation aller Burgers-Parameter) berechnete Kurvenverläufe

Eine Modifikation der Parameter E_2 und λ_2 weist praktisch keine Verbesserung des Kurvenverlaufs auf. Eine Modifikation der Parameter E_1 und E_2 weist eine nur unbedeutende Verbesserung gegenüber der alleinigen Modifikation von Parameter E_1 auf. Werden alle vier Burgers-Parameter verändert, kann die gemessene Kurve optimal modelliert werden.

4.6.5 Zusammenfassung: Modifikation der Parameter des Basis-Modells

Wie in den vorangegangenen Kapiteln an Beispielen gezeigt, kann eine physikalische Schädigung des Probekörpers über eine Modifikation der Parameter des Burgers-Modells bzw. des Basis-Modells funktional beschrieben werden:

$$\text{Modifizierter Burgers-Parameter} = \frac{\text{Burgers-Parameter}}{d_1 \cdot d_2^{\text{Einflussgröße}}}$$

Die Einflussgröße stellt entweder die im Versuch resultierende Spannung oder die resultierende Dehnung dar.

Die Schädigung wirkt auf einen, mehrere oder alle Parameter des Burgers-Modells, wie oben an charakteristischen Beispielen gezeigt wurde. Um eine eindeutige Bezeichnung zu erhalten, werden die Koeffizienten zur Modifikation der einzelnen Burgers-Parameter einheitlich für alle untersuchten Prüfverfahren festgelegt (vgl. Gl. 72). Für die Einflussgröße ε folgt:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\varepsilon}, \quad \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\varepsilon}, \quad E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_5 \cdot d_6^\varepsilon} \text{ und } \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_7 \cdot d_8^\varepsilon} \quad \text{Gl. 80}$$

Analog folgt für die Einflussgröße σ (vgl. Gl. 74 bis Gl. 77)

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\sigma}, \quad \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\sigma}, \quad E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_5 \cdot d_6^\sigma} \text{ und } \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_7 \cdot d_8^\sigma} \quad \text{Gl. 81}$$

Die Nummerierung der Koeffizienten d_1 bis d_8 bleibt gleich, sowohl bei der Einflussgröße der resultierenden Dehnung ε (Retardationsversuche), als auch der resultierenden Spannung σ (Zugversuche, Abkühlversuche) oder der Startspannung σ_0 (Relaxationsversuche).

Da die oben vorgestellten Modifikationen nur an charakteristischen Beispielen überprüft wurden, sollen im folgenden Kapitel alle ermittelten Versuchsergebnisse, d.h. alle Kurvenverläufe, mit diesem modifizierten Basis-Modell nachgerechnet werden.

5 Anwendung des modifizierten Basis-Modells auf die Prüfverfahren

In diesem Kapitel werden die im vorangegangenen Kapitel vorgeschlagenen Modifikationen für das Basis-Modell, welche eine Schädigung sowie den Einfluss des Glättungseffektes berücksichtigen, auf das gesamte vorliegende, in Kapitel 2 vorgestellte, Datenmaterial angewandt.

Für jeden einzelnen aufgezeichneten Versuch wird das Basis-Modell – für den Relaxationsversuch erweitert um eine konstante „Messfeder“ – mittels Modifikation der Burgers-Parameter dem jeweiligen Kurvenverlauf angepasst. Treten dabei nicht akzeptable Abweichungen bei der Anpassung auf, wird die Modifikation entsprechend verändert.

Die dabei ermittelten Werte der (Schädigungs-)Koeffizienten d_1 bis d_8 und die Güte der Annäherung werden tabellarisch und grafisch dokumentiert.

Die Anzahl der Parameter bzw. Koeffizienten des allgemeinen Schädigungsmodells sind, soweit möglich, reduziert.

Abschließend erfolgt eine physikalische Interpretation der Modifikationen hinsichtlich einer Schädigung während des Versuchsablaufes.

5.1 Retardationsversuche

5.1.1 Modifikation des Burgers-Parameter λ_1

Während eines Retardationsversuchs sollte sich die Modifikation und damit eine mögliche Schädigung auf den Dämpfer λ_1 beschränken, wie in Kapitel 4.6.1 gezeigt.

In der folgenden Tabelle 5-1 sind alle Regressionen tabellarisch dargestellt, bei denen der

Dämpfer λ_1 nach dem Prinzip $\lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\varepsilon}$ (mit: ε = die im Versuch erlangte Dehnung)

modifiziert wurde.

Tabelle 5-1: Retardationsversuch - Koeffizienten zur Modifikation des Burgers-Parameters λ_1 bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Spannungen

Prüf-temperatur °C	Spannung MPa	Burgers-Parameter λ_1		FQS	r ²
		d ₃	d ₄		
		-	-	-	-
+20	0,0829	$3,1279 \cdot 10^{-1}$	$9,9618 \cdot 10^{11}$	$8,6356 \cdot 10^{-5}$	0,99532
	0,0747	$3,4022 \cdot 10^{-1}$	$9,3024 \cdot 10^{19}$	$8,0156 \cdot 10^{-5}$	0,99599
	0,0664	$4,8827 \cdot 10^{-1}$	$7,9619 \cdot 10^{12}$	$3,2131 \cdot 10^{-5}$	0,99627
	0,0580	$3,5449 \cdot 10^{-1}$	$4,4168 \cdot 10^{17}$	$1,3096 \cdot 10^{-4}$	0,99344
	0,0497	$7,2136 \cdot 10^{-1}$	$1,0537 \cdot 10^{-10}$	$1,8897 \cdot 10^{-4}$	0,97460
	0,0398	$6,9004 \cdot 10^{-1}$	$4,0153 \cdot 10^{-26}$	$8,9620 \cdot 10^{-5}$	0,96838
	0,0332	$3,1722 \cdot 10^{-1}$	$5,4111 \cdot 10^{19}$	$5,9420 \cdot 10^{-5}$	0,97074
	0,0265	$2,3314 \cdot 10^{-1}$	$8,1885 \cdot 10^{19}$	$3,8613 \cdot 10^{-5}$	0,96420
+10	0,2026	$1,8436 \cdot 10^0$	$2,0490 \cdot 10^7$	$2,8618 \cdot 10^{-5}$	0,99809
	0,1907	$1,4379 \cdot 10^0$	$1,4127 \cdot 10^{17}$	$8,7503 \cdot 10^{-6}$	0,99916
	0,1788	$1,4363 \cdot 10^0$	$1,7322 \cdot 10^{21}$	$4,6711 \cdot 10^{-6}$	0,99949
	0,1669	$1,3754 \cdot 10^0$	$1,1222 \cdot 10^{25}$	$4,5415 \cdot 10^{-6}$	0,99934
	0,1430	$2,3594 \cdot 10^0$	$3,2616 \cdot 10^9$	$3,9021 \cdot 10^{-6}$	0,99937
	0,1192	$4,1474 \cdot 10^0$	$4,0976 \cdot 10^{-2}$	$2,0496 \cdot 10^{-4}$	0,99,356
	0,0953	$1,4585 \cdot 10^0$	$4,0573 \cdot 10^{11}$	$6,8537 \cdot 10^{-6}$	0,99812
	0,0834	$1,4421 \cdot 10^0$	$1,9927 \cdot 10^{-25}$	$1,1522 \cdot 10^{-5}$	0,99626
±0	0,8205	$1,7832 \cdot 10^0$	$3,6477 \cdot 10^1$	$1,2459 \cdot 10^{-4}$	0,99289
	0,7293	$2,0088 \cdot 10^0$	$7,8183 \cdot 10^{-15}$	$3,2806 \cdot 10^{-5}$	0,99589
	0,6863	$2,5678 \cdot 10^0$	$1,8073 \cdot 10^{-7}$	$9,9549 \cdot 10^{-5}$	0,99256
	0,6381	$2,7130 \cdot 10^0$	$7,3310 \cdot 10^{-2}$	$1,2557 \cdot 10^{-4}$	0,99343
	0,5470	$1,5650 \cdot 10^0$	$1,9448 \cdot 10^8$	$1,4813 \cdot 10^{-4}$	0,99531
	0,4558	$2,6528 \cdot 10^0$	$3,2726 \cdot 10^{-5}$	$3,9699 \cdot 10^{-4}$	0,99245
	0,4103	$1,8756 \cdot 10^0$	$2,5311 \cdot 10^{-19}$	$3,8727 \cdot 10^{-5}$	0,99726
	0,3646	$2,5454 \cdot 10^0$	$1,2224 \cdot 10^{-36}$	$1,7196 \cdot 10^{-5}$	0,99849
-10	2,7008	$1,5388 \cdot 10^0$	$3,2600 \cdot 10^0$	$3,1522 \cdot 10^{-6}$	0,99160
	2,1606	$1,2542 \cdot 10^0$	$2,2452 \cdot 10^4$	$2,4873 \cdot 10^{-5}$	0,99242
	1,8906	$1,1585 \cdot 10^0$	$1,3140 \cdot 10^{-5}$	$2,7725 \cdot 10^{-5}$	0,99397
	1,6205	$1,4040 \cdot 10^0$	$1,0055 \cdot 10^4$	$1,3367 \cdot 10^{-4}$	0,99301
	1,4854	$1,5696 \cdot 10^0$	$1,3508 \cdot 10^{-9}$	$4,7224 \cdot 10^{-5}$	0,99608
	1,3504	$1,7218 \cdot 10^0$	$4,9829 \cdot 10^{-28}$	$3,0330 \cdot 10^{-5}$	0,99556
	0,5402	$1,0054 \cdot 10^0$	$3,0443 \cdot 10^{-27}$	$5,5813 \cdot 10^{-7}$	0,99831
	0,2701	$3,5434 \cdot 10^{-5}$	$2,9895 \cdot 10^5$	$2,6140 \cdot 10^{-6}$	0,84939
-20	4,7157	$9,8120 \cdot 10^{-1}$	$1,7900 \cdot 10^{-309}$	$4,7763 \cdot 10^{-6}$	0,66920
	4,4383	$9,9379 \cdot 10^{-1}$	$2,7284 \cdot 10^{-201}$	$9,6084 \cdot 10^{-6}$	0,96620
	4,2996	$5,7820 \cdot 10^{-1}$	$1,6048 \cdot 10^{-201}$	$1,0957 \cdot 10^{-5}$	0,94955
	4,1609	$6,3243 \cdot 10^{-1}$	$3,3406 \cdot 10^{-207}$	$1,4548 \cdot 10^{-5}$	0,95988
	4,0222	$5,6758 \cdot 10^{-1}$	$3,2748 \cdot 10^{-200}$	$1,2539 \cdot 10^{-5}$	0,94125
	3,8835	$9,0313 \cdot 10^{-1}$	$9,0430 \cdot 10^{-174}$	$1,3144 \cdot 10^{-5}$	0,97676
	3,6061	$6,9096 \cdot 10^{-1}$	$1,7900 \cdot 10^{-309}$	$9,3365 \cdot 10^{-6}$	0,93839
	3,3287	$1,0664 \cdot 10^0$	$1,7900 \cdot 10^{-309}$	$8,4201 \cdot 10^{-6}$	0,96048

Der Tabelle 5-1 ist zu entnehmen, dass einige Bestimmtheitsmaße (grau hinterlegt) kleinere Werte annehmen. Die so gerechneten Anpassungen sind daher nicht akzeptabel. Als Beispiel ist das Ergebnis für $T = -20 \text{ °C}$ und $\sigma = 4,4383 \text{ MPa}$ in der Abbildung 5-1 angegeben. Trotz

eines Bestimmtheitsmaßes von 96,6 % muss der nachgerechnete Kurvenverlauf als nicht zufriedenstellend angesehen werden.

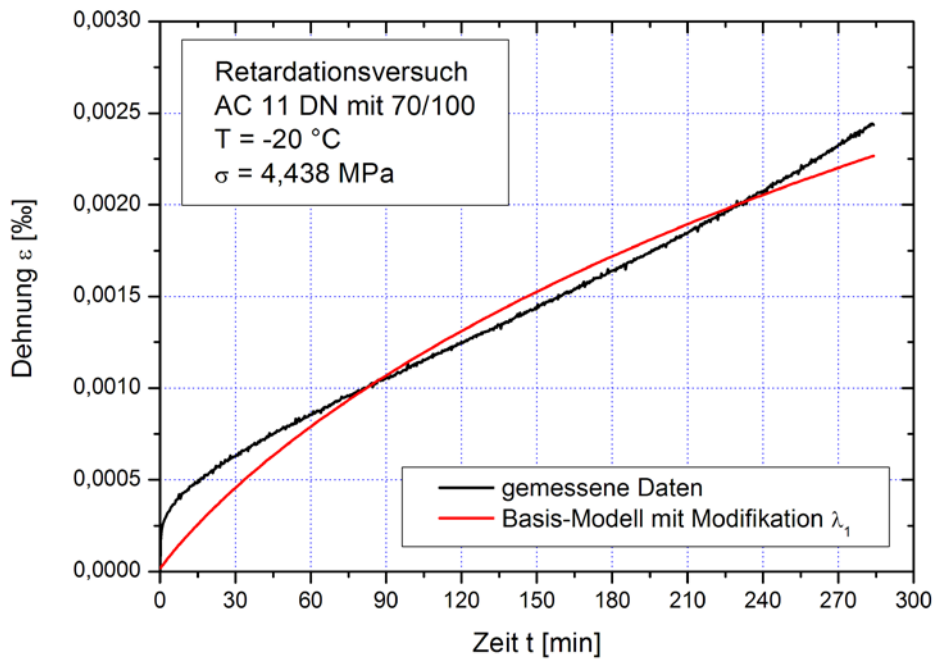


Abbildung 5-1: Retardationsversuch - Regression bei T = -20 °C und σ = 4,4383 MPa mit dem Basis-Modell und einer Modifikation des Parameters λ₁

Um die Regressionen zu verbessern, wird daher zunächst die Modifikation auf den Burgers-Parameter E₁ ausgedehnt.

5.1.2 Modifikation aller Burgers-Parameter

In Tabelle 5-2 sind die mit einer Modifikation der Burgers-Parameter E₁ und λ₁ sowie ggf. E₂ und λ₂ ermittelten Regressionen für alle Prüftemperaturen und Spannungen angegeben. Die Modifikationen erfolgen nach dem zuvor eingesetzten Prinzip:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\varepsilon}, \quad \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\varepsilon}, \quad E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_5 \cdot d_6^\varepsilon} \text{ und } \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_7 \cdot d_8^\varepsilon} \quad \text{Gl. 80}$$

Es können einige Koeffizienten entfallen, ohne die Anpassung negativ zu beeinflussen. Diese Koeffizienten (im Wesentlichen d₅ bis d₈) sind in der Tabelle grau hinterlegt.

Neben dem Bestimmtheitsmaß r² wird in den folgenden Tabellen auch die Fehlerquadratsumme (FQS) angegeben.

Tabelle 5-2: Retardationsversuch - Koeffizienten zur Modifikation der Burgers-Parameter bei unterschiedlichen Spannungen und Prüftemperaturen

Temperatur	Spannung	Parameter								FQS r ²
		E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂		
+20 °C	0,0829 MPa	d ₁	1,4875·10 ⁰	d ₃	4,0651·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	2,5351·10 ⁻⁵
		d ₂	1,5430·10 ⁻²¹¹	d ₄	1,6442·10 ⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99863
	0,0747 MPa	d ₁	2,0446·10 ⁰	d ₃	4,2948·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	2,3188·10 ⁻⁵
		d ₂	5,2534·10 ⁻¹⁷⁴	d ₄	3,9628·10 ¹⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99884
	0,0664 MPa	d ₁	2,1665·10 ⁰	d ₃	6,6590·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	1,9238·10 ⁻⁵
		d ₂	2,6553·10 ⁻⁶⁵	d ₄	8,1223·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,99777
	0,0580 MPa	d ₁	2,7763·10 ⁰	d ₃	4,6576·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	3,8398·10 ⁻⁵
		d ₂	1,5898·10 ⁻¹³⁷	d ₄	1,0035·10 ¹¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99808
	0,0497 MPa	d ₁	2,4630·10 ⁰	d ₃	7,2129·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	4,2418·10 ⁻⁵
		d ₂	6,0251·10 ⁻³³	d ₄	6,3918·10 ⁻¹²	d ₆	1	d ₈	1	0,99430
	0,0398 MPa	d ₁	2,1995·10 ⁰	d ₃	2,0924·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	3,1566·10 ⁻⁵
		d ₂	1,7913·10 ⁻³⁹	d ₄	6,3918·10 ⁵³	d ₆	1	d ₈	1	0,98886
	0,0332 MPa	d ₁	2,3613·10 ⁰	d ₃	4,6340·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	2,5853·10 ⁻⁵
		d ₂	1,7985·10 ⁻¹²¹	d ₄	4,8792·10 ²²	d ₆	1	d ₈	1	0,98727
	0,0265 MPa	d ₁	1,9312·10 ⁰	d ₃	1,6614·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	2,0843·10 ⁻⁵
		d ₂	8,6756·10 ⁻⁸¹	d ₄	3,3450·10 ⁹¹	d ₆	1	d ₈	1	0,98068
+10 °C	0,2026 MPa	d ₁	1,6219·10 ⁰	d ₃	1,6397·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,1629·10 ⁻⁵
		d ₂	3,0710·10 ¹⁶	d ₄	9,2356·10 ⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99856
	0,1907 MPa	d ₁	8,9234·10 ⁻¹	d ₃	1,3843·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	6,7315·10 ⁻⁶
		d ₂	1,3548·10 ³⁹	d ₄	1,0186·10 ¹⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99935
	0,1788 MPa	d ₁	9,0403·10 ⁻¹	d ₃	1,4255·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	5,2818·10 ⁻⁶
		d ₂	3,3504·10 ⁻²	d ₄	1,5732·10 ²²	d ₆	1	d ₈	1	0,99978
	0,1669 MPa	d ₁	7,8237·10 ⁻¹	d ₃	1,4840·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	3,4317·10 ⁻⁶
		d ₂	4,2257·10 ⁻³¹	d ₄	6,1994·10 ²²	d ₆	1	d ₈	1	0,99980
	0,1430 MPa	d ₁	1,5710·10 ⁰	d ₃	2,1297·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	4,4979·10 ⁻⁶
		d ₂	6,2231·10 ⁻²¹	d ₄	2,3091·10 ¹⁶	d ₆	1	d ₈	1	0,99969
	0,1192 MPa	d ₁	1,7968·10 ⁰	d ₃	4,1298·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	4,5781·10 ⁻⁶
		d ₂	4,9950·10 ⁵⁵	d ₄	1,4061·10 ⁻³³	d ₆	1	d ₈	1	0,99919
	0,0953 MPa	d ₁	6,2477·10 ⁻¹	d ₃	1,8466·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,1999·10 ⁻⁷
		d ₂	1,9106·10 ⁻¹⁶	d ₄	8,5443·10 ⁻⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99929
	0,0834 MPa	d ₁	4,3568·10 ⁻¹	d ₃	2,1769·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,4998·10 ⁻⁶
		d ₂	2,3684·10 ⁻²¹	d ₄	9,9827·10 ⁻⁶¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99951
±0 °C	0,8205 MPa	d ₁	8,5108·10 ⁰	d ₃	1,6586·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,6319·10 ⁻⁵
		d ₂	5,3949·10 ⁵⁰	d ₄	2,8016·10 ⁻¹¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99907
	0,7293 MPa	d ₁	7,4368·10 ⁰	d ₃	1,4605·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,0549·10 ⁻⁵
		d ₂	9,2893·10 ⁴⁹	d ₄	5,7843·10 ⁻¹¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99893
	0,6863 MPa	d ₁	5,8226·10 ⁰	d ₃	2,3288·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,2789·10 ⁻⁵
		d ₂	1,0476·10 ⁵⁵	d ₄	5,7455·10 ⁻²¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99904
	0,6381 MPa	d ₁	5,5355·10 ⁰	d ₃	2,5116·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,4874·10 ⁻⁵
		d ₂	6,2236·10 ⁴⁸	d ₄	2,4783·10 ⁻¹⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99922
	0,5470 MPa	d ₁	3,6559·10 ⁰	d ₃	1,4594·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,2366·10 ⁻⁵
		d ₂	1,2080·10 ⁵¹	d ₄	2,6455·10 ⁻³	d ₆	1	d ₈	1	0,99929
	0,4558 MPa	d ₁	4,9517·10 ⁰	d ₃	2,3067·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	4,8043·10 ⁻⁵
		d ₂	9,8081·10 ³⁹	d ₄	6,3319·10 ⁻¹⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99909
	0,4103 MPa	d ₁	1,6733·10 ⁰	d ₃	1,7488·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	7,9244·10 ⁻⁶
		d ₂	1,9180·10 ⁷⁹	d ₄	2,6180·10 ⁻³⁶	d ₆	1	d ₈	1	0,99944
	0,3646 MPa	d ₁	9,0477·10 ⁻¹	d ₃	2,7820·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,1592·10 ⁻⁶
		d ₂	7,3070·10 ¹⁰⁰	d ₄	4,7183·10 ⁶²	d ₆	1	d ₈	1	0,99981

Fortsetzung Tabelle 5-2

Temperatur	Spannung	Parameter								FQS r²
		E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂		
-10 °C	2,7008 MPa	d ₁	2,0748·10 ¹	d ₃	1,4392·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	3,2089·10 ⁻⁷
		d ₂	1,0534·10 ¹⁵⁴	d ₄	2,9009·10 ⁻⁴⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,99915
	2,1606 MPa	d ₁	2,2019·10 ¹	d ₃	9,0185·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	5,1821·10 ⁻⁶
		d ₂	2,1801·10 ¹⁸	d ₄	2,4838·10 ²⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99842
	1,8906 MPa	d ₁	2,2625·10 ¹	d ₃	9,3890·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	5,2465·10 ⁻⁶
		d ₂	1,6537·10 ⁻⁹	d ₄	1,6882·10 ²⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99840
	1,6205 MPa	d ₁	9,5151·10 ⁰	d ₃	1,2297·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	8,4413·10 ⁻⁶
		d ₂	1,3749·10 ⁷¹	d ₄	3,2815·10 ⁻¹²	d ₆	1	d ₈	1	0,99956
	1,4854 MPa	d ₁	6,5030·10 ⁰	d ₃	1,3652·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	3,6377·10 ⁻⁶
		d ₂	4,3576·10 ⁸²	d ₄	1,8781·10 ⁻²³	d ₆	1	d ₈	1	0,99970
	1,3504 MPa	d ₁	4,2619·10 ⁰	d ₃	1,6323·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,0562·10 ⁻⁶
		d ₂	2,4838·10 ⁹³	d ₄	8,3676·10 ⁻⁴⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,99970
	0,5402 MPa	d ₁	8,6373·10 ⁻¹	d ₃	1,1135·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,1787·10 ⁻⁷
		d ₂	7,5320·10 ¹²⁴	d ₄	1,0456·10 ⁻⁹⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99964
	0,2701 MPa	d ₁	4,5883·10 ⁻¹	d ₃	9,8895·10 ⁻²	d ₅	1	d ₇	1	3,1719·10 ⁻⁷
		d ₂	2,9808·10 ¹⁹²	d ₄	1,7900·10 ³⁰⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,98172
-20 °C	4,7157 MPa	d ₁	1,3288·10 ¹	d ₃	3,4544·10 ⁻¹	d ₅	4,9950·10 ⁰	d ₇	8,2385·10 ⁰	5,5817·10 ⁻⁸
		d ₂	1,4803·10 ¹⁰⁷	d ₄	2,3621·10 ¹⁷	d ₆	1	d ₈	1	0,99613
	4,4383 MPa	d ₁	1,2512·10 ¹	d ₃	3,4453·10 ⁻¹	d ₅	4,5612·10 ⁰	d ₇	4,4856·10 ⁰	1,0300·10 ⁻⁷
		d ₂	3,0586·10 ²³⁴	d ₄	3,7910·10 ⁻⁹⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99964
	4,2996 MPa	d ₁	1,0707·10 ¹	d ₃	1,7619·10 ⁻¹	d ₅	3,9327·10 ⁰	d ₇	2,8118·10 ⁰	1,2136·10 ⁻⁷
		d ₂	1,3909·10 ²⁵²	d ₄	2,4011·10 ⁸⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99944
	4,1609 MPa	d ₁	9,9074·10 ⁰	d ₃	2,2922·10 ⁻¹	d ₅	3,9610·10 ⁰	d ₇	3,8145·10 ⁰	1,0579·10 ⁻⁷
		d ₂	5,6389·10 ²²³	d ₄	3,6409·10 ¹²	d ₆	1	d ₈	1	0,99971
	4,0222 MPa	d ₁	8,7063·10 ⁰	d ₃	2,2745·10 ⁻¹	d ₅	3,1784·10 ⁰	d ₇	3,7509·10 ⁰	9,0359·10 ⁻⁸
		d ₂	7,0014·10 ¹⁸⁷	d ₄	3,7451·10 ³⁷	d ₆	1	d ₈	1	0,99958
	3,8835 MPa	d ₁	9,0613·10 ⁰	d ₃	3,5980·10 ⁻¹	d ₅	3,6176·10 ⁰	d ₇	4,0128·10 ⁰	1,3996·10 ⁻⁷
		d ₂	2,5146·10 ¹¹⁶	d ₄	1,2558·10 ⁵⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99975
	3,6061 MPa	d ₁	6,5945·10 ⁰	d ₃	3,1443·10 ⁻¹	d ₅	2,2823·10 ⁰	d ₇	3,2083·10 ⁰	7,4660·10 ⁻⁸
		d ₂	2,7736·10 ¹⁷¹	d ₄	1,0638·10 ⁻⁸⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99951
	3,3287 MPa	d ₁	5,3369·10 ⁰	d ₃	4,6151·10 ⁻¹	d ₅	2,3199·10 ⁰	d ₇	5,2478·10 ⁰	1,0591·10 ⁻⁷
		d ₃	1,3906·10 ¹⁹⁹	d ₄	5,7755·10 ⁻⁷⁶	d ₆	0	d ₈	0	0,99950

Die Tabelle 5-2 zeigt, dass die Erweiterung der Modifikation auf den Burgers-Parameter E_1 eine zufriedenstellende Anpassung ergibt. Als Ausnahme müssen die Versuche bei $T = -20 \text{ °C}$ angesehen werden. Hier müssen zusätzlich die Koeffizienten d_5 und d_7 eingesetzt werden.

5.1.3 Reduzierung der Koeffizienten

Mit einer genügend hohen Anzahl von Koeffizienten und komplexen Modifikationen kann jeder Versuch mit ausreichender Präzision modelliert werden.

In der Folge wird die Anzahl der Koeffizienten unter Beibehaltung eines hohen Bestimmtheitsmaßes reduziert bzw. werden die Koeffizienten als konstante Werte angenommen. Dazu werden die Koeffizienten d_1 bis d_4 zunächst grafisch präsentiert.

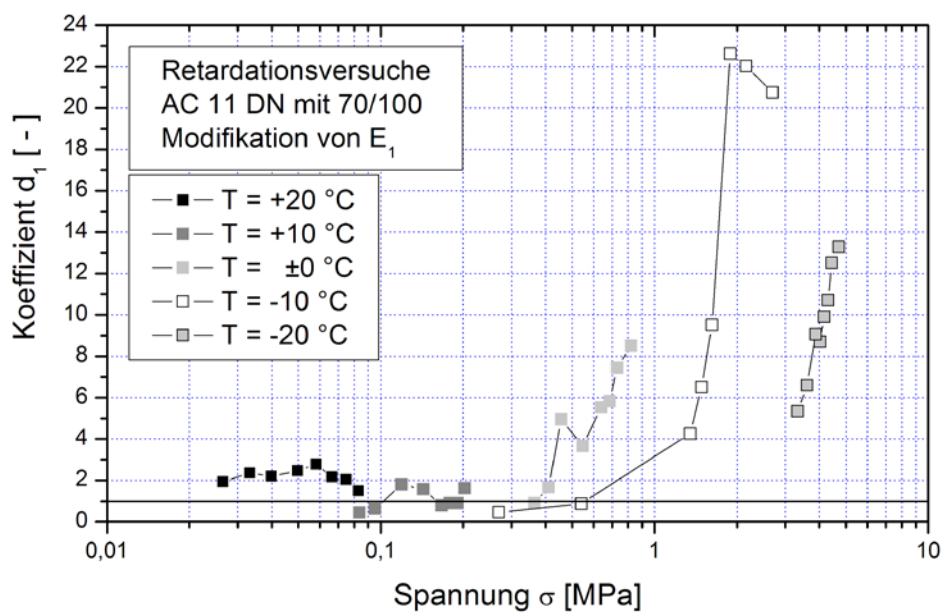


Abbildung 5-2: Retardationsversuch - Koeffizient d_1 , welcher den Burgers-Parameter E_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Spannung und der Prüftemperatur

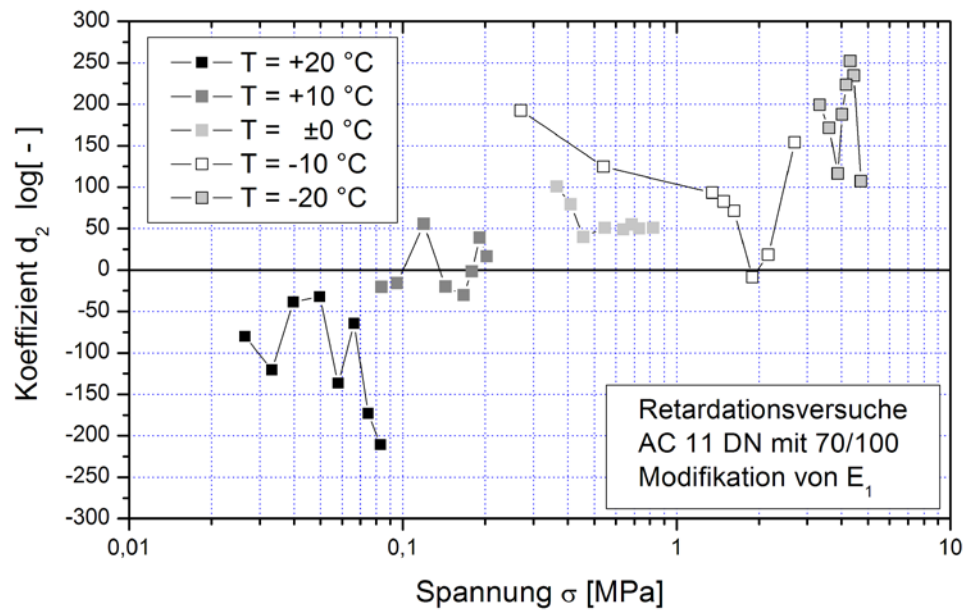


Abbildung 5-3: Retardationsversuch - Koeffizient d_2 , welcher den Burgers-Parameter E_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Spannung und der Prüftemperatur

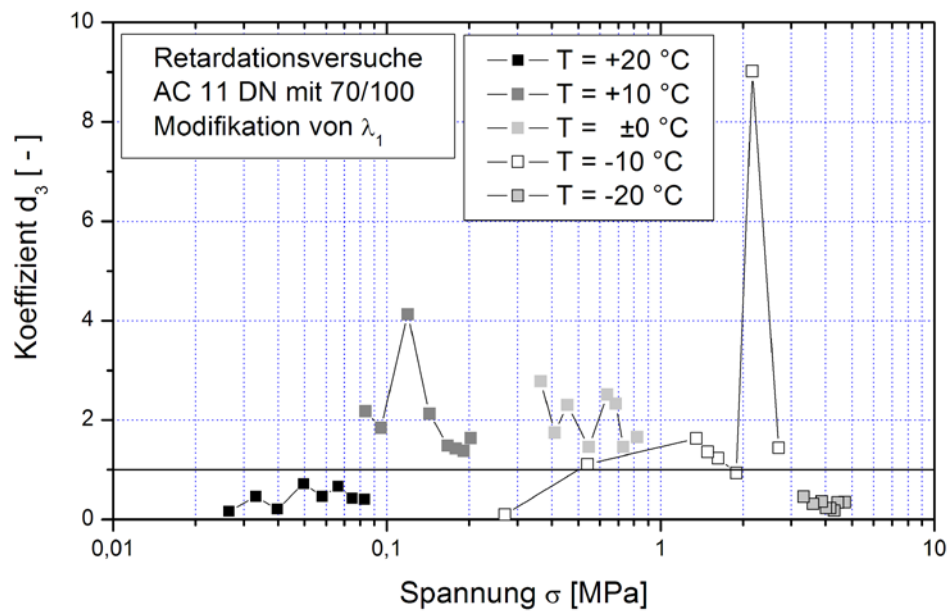


Abbildung 5-4: Retardationsversuch - Koeffizient d_3 , welcher den Burgers-Parameter λ_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Spannung und der Prüftemperatur

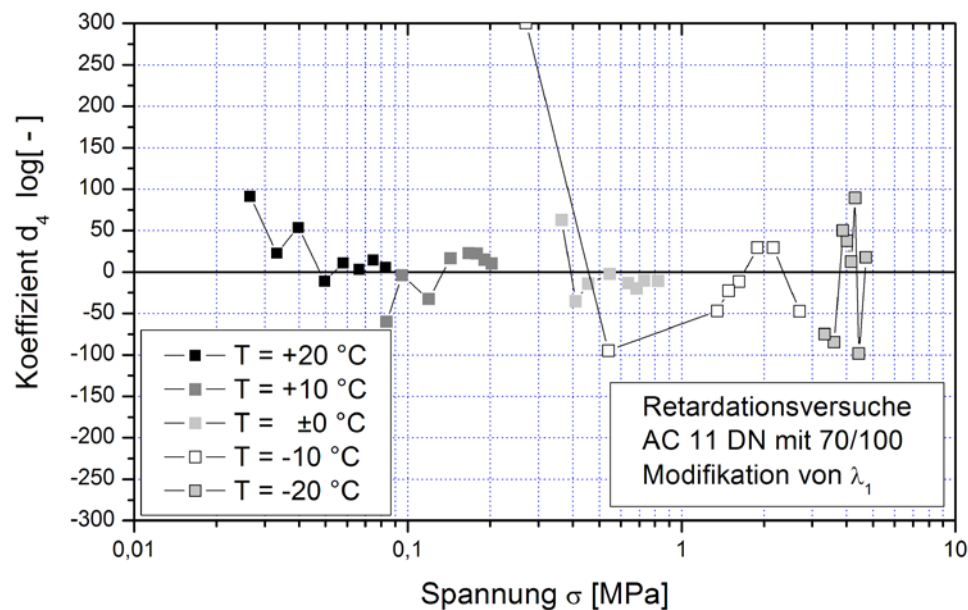


Abbildung 5-5: Retardationsversuch - Schädigungs-Parameter d_4 , welcher den Burgers-Parameter λ_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Spannung und der Prüftemperatur

Auf eine grafische Darstellung der Koeffizienten d_5 und d_7 wird verzichtet.

Die in den Abbildungen 5-2 bis 5-5 dargestellten Koeffizienten werden zunächst visuell daraufhin überprüft, ob sich deren Anzahl ohne Beeinträchtigung der Güte der Anpassungen reduzieren lässt.

Fallen die Werte der Koeffizienten d_1 oder d_2 auf den Wert 1,0 so bewirkt der entsprechende Koeffizient keine Veränderung und er kann entfallen. Dies gilt analog für die Koeffizienten d_3 bis d_8 .

Die visuelle Überprüfung lässt zunächst keine Berechtigung für eine solche Reduzierung erkennen.

Es wird in einem ersten Schritt untersucht, ob die Koeffizienten d_5 und d_7 konstant gesetzt werden können. Dazu wird der Koeffizient d_5 auf den Wert 3,6060 und d_7 auf den Wert 4,4463 - jeweils der Mittelwert der in Tabelle 5-2 ermittelten Werte - gesetzt. Diese Ersetzung kann jeweils ohne nennenswerte Reduzierungen der Bestimmtheitsmaße erfolgen.

Da der Einfluss einer Schädigung im Wesentlichen den Burgers-Parameter λ_1 trifft, sollte eine Reduzierung der Koeffizienten beim Parameter E_1 möglich sein. Daher wird der Koeffizient d_2 auf 1,0 gesetzt. Auch diese Reduzierung der Koeffizienten erfolgt bei annähernd gleich bleibendem Bestimmtheitsmaß.

Die so ermittelten Regressionen sind in Tabelle 5-3 dokumentiert. Koeffizienten, die entfallen oder konstant gehalten werden, sind grau hinterlegt.

Tabelle 5-3: Retardationsversuch - Reduzierte Koeffizienten zur Modifikation der Burgers-Parameter bei unterschiedlichen Spannungen und Prüftemperaturen

Temperatur	Spannung	Parameter								FQS r ²
		E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂		
+20 °C	0,0829 MPa	d ₁	2,3591·10 ⁻³	d ₃	4,0227·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	3,1137·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	4,1181·10 ⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99831
	0,0747 MPa	d ₁	3,1636·10 ⁻¹	d ₃	3,9152·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	3,5234·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	1,3274·10 ¹⁷	d ₆	1	d ₈	1	0,99824
	0,0664 MPa	d ₁	1,2302·10 ⁰	d ₃	4,6024·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	2,5161·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	1,2106·10 ¹⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99708
	0,0580 MPa	d ₁	6,9205·10 ⁻¹	d ₃	3,5237·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	7,3973·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	6,8707·10 ¹⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99630
	0,0497 MPa	d ₁	1,7960·10 ⁰	d ₃	4,4654·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	5,1362·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	1,8767·10 ⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99310
	0,0398 MPa	d ₁	1,46655·10 ⁰	d ₃	1,5029·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	4,3376·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	1,7742·10 ⁶³	d ₆	1	d ₈	1	0,98470
	0,0332 MPa	d ₁	1,0755·10 ⁰	d ₃	3,7913·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	3,5337·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	3,1623·10 ¹⁹⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,98260
	0,0265 MPa	d ₁	1,1492·10 ⁰	d ₃	1,0559·10 ⁻²	d ₅	1	d ₇	1	2,7657·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	1,7900·10 ³⁰⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,97436
+10 °C	0,2026 MPa	d ₁	1,7713·10 ⁰	d ₃	1,6844·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,2750·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	2,1677·10 ¹⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99848
	0,1907 MPa	d ₁	1,1800·10 ⁰	d ₃	1,3957·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	8,3378·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	2,1330·10 ¹⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,99920
	0,1788 MPa	d ₁	6,6591·10 ⁻¹	d ₃	1,5277·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	3,0529·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	4,7643·10 ¹⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,99967
	0,1669 MPa	d ₁	4,4468·10 ⁻¹	d ₃	1,5898·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,2340·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	9,3756·10 ¹⁷	d ₆	1	d ₈	1	0,9968
	0,1430 MPa	d ₁	1,2707·10 ⁰	d ₃	2,2214·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,1643·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	1,5631·10 ¹²	d ₆	1	d ₈	1	0,99965
	0,1192 MPa	d ₁	3,3691·10 ⁰	d ₃	2,9361·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	4,0468·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	1,2500·10 ⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99873
	0,0953 MPa	d ₁	7,5904·10 ⁻¹	d ₃	1,6656·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,9766·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	2,6278·10 ¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99966
	0,0834 MPa	d ₁	5,1745·10 ⁻¹	d ₃	1,9448·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,1333·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	9,1833·10 ⁻⁵¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99931

Fortsetzung Tabelle 5-3

Voraussetzung: Tabelle 3-5										
Temperatur	Spannung	Parameter								FQS r ²
		E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂		
±0 °C	0,8205 MPa	d ₁	1,5689·10 ¹	d ₃	1,3736·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	5,6688·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	7,0632·10 ¹⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99677
	0,7293 MPa	d ₁	6,5676·10 ⁰	d ₃	1,6847·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,8097·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	4,0672·10 ⁻⁶	d ₆	1	d ₈	1	0,99773
	0,6863 MPa	d ₁	1,0217·10 ¹	d ₃	1,9044·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	4,1325·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	2,4769·10 ⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99691
	0,6381 MPa	d ₁	9,7055·10 ⁰	d ₃	2,0700·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	4,5693·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	2,1662·10 ⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,99761
	0,5470 MPa	d ₁	6,0380·10 ⁰	d ₃	1,2520·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	6,0188·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	4,8820·10 ¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99809
	0,4558 MPa	d ₁	7,7112·10 ⁰	d ₃	1,9683·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,4245·10 ⁻⁴
		d ₂	1	d ₄	5,6846·10 ⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99729
	0,4103 MPa	d ₁	2,5696·10 ⁰	d ₃	1,6236·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	2,5363·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	2,8249·10 ⁻¹¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99821
	0,3646 MPa	d ₁	1,6801·10 ⁰	d ₃	2,3839·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,4577·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	9,1833·10 ⁻³³	d ₆	1	d ₈	1	0,99872
-10 °C	2,7008 MPa	d ₁	3,9363·10 ¹	d ₃	1,1329·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	7,3741·10 ⁻⁷
		d ₂	1	d ₄	1,2677·10 ³¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99804
	2,1606 MPa	d ₁	2,2351·10 ¹	d ₃	9,2776·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	5,2287·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	2,5410·10 ²⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99841
	1,8906 MPa	d ₁	1,3974·10 ¹	d ₃	9,1915·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	5,7504·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	2,4266·10 ¹³	d ₆	1	d ₈	1	0,99875
	1,6205 MPa	d ₁	1,5526·10 ¹	d ₃	1,0489·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	3,6637·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	1,0965·10 ²⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99808
	1,4854 MPa	d ₁	8,9977·10 ⁰	d ₃	1,2777·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,1441·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	3,3366·10 ⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99905
	1,3504 MPa	d ₁	5,4374·10 ⁰	d ₃	1,6167·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	4,4947·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	8,9950·10 ⁻²⁷	d ₆	1	d ₈	1	0,99934
	0,5402 MPa	d ₁	9,7406·10 ⁻¹	d ₃	1,1321·10 ⁰	d ₅	1	d ₇	1	1,4165·10 ⁻⁷
		d ₂	1	d ₄	6,2951·10 ⁻⁸⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99957
0,2701 MPa	d ₁	2,8985·10 ⁻¹	d ₃	1,6182·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	9,7250·10 ⁻⁸	
	d ₂	1	d ₄	1,7900·10 ³⁰⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,99440	
-20 °C	4,7157 MPa	d ₁	1,6800·10 ¹	d ₃	4,9884·10 ⁻¹	d ₅	3,6060·10 ⁰	d ₇	4,4463·10 ⁰	7,6972·10 ⁻⁸
		d ₂	1	d ₄	2,1878·10 ⁻¹⁸⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99467
	4,4383 MPa	d ₁	1,6572·10 ¹	d ₃	4,1678·10 ⁻¹	d ₅	3,6060·10 ⁰	d ₇	4,4463·10 ⁰	2,7079·10 ⁻⁷
		d ₂	1	d ₄	7,1450·10 ⁴³	d ₆	1	d ₈	1	0,99905
	4,2996 MPa	d ₁	1,2063·10 ¹	d ₃	2,3697·10 ⁻¹	d ₅	3,6060·10 ⁰	d ₇	4,4463·10 ⁰	2,2383·10 ⁻⁷
		d ₂	1	d ₄	3,4594·10 ⁹¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99897
	4,1609 MPa	d ₁	1,2370·10 ¹	d ₃	2,6963·10 ⁻¹	d ₅	3,6060·10 ⁰	d ₇	4,4463·10 ⁰	1,7401·10 ⁻⁷
		d ₂	1	d ₄	2,1677·10 ⁴²	d ₆	1	d ₈	1	0,99952
	4,0222 MPa	d ₁	9,2048·10 ⁰	d ₃	2,5018·10 ⁻¹	d ₅	3,6060·10 ⁰	d ₇	4,4463·10 ⁰	1,0182·10 ⁻⁷
		d ₂	1	d ₄	3,6392·10 ⁵⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,99952
	3,8835 MPa	d ₁	9,7756·10 ⁰	d ₃	3,9178·10 ⁻¹	d ₅	3,6060·10 ⁰	d ₇	4,4463·10 ⁰	1,6361·10 ⁻⁷
		d ₂	1	d ₄	2,5527·10 ⁵⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99971
	3,6061 MPa	d ₁	6,2874·10 ⁰	d ₃	2,4475·10 ⁻¹	d ₅	3,6060·10 ⁰	d ₇	4,4463·10 ⁰	1,5212·10 ⁻⁷
		d ₂	1	d ₄	9,3972·10 ⁶⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99900
3,3287 MPa	d ₁	6,3282·10 ⁰	d ₃	3,4184·10 ⁻¹	d ₅	3,6060·10 ⁰	d ₇	4,4463·10 ⁰	1,6959·10 ⁻⁷	
	d ₂	1	d ₄	2,2182·10 ⁷⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99920	

5.1.4 Interpretation der Koeffizienten

Im Folgenden sollen die Auswirkungen der Koeffizienten auf die Burgers-Parameter beschrieben werden. Prinzipiell kann die Aussage getroffen werden:

Die Koeffizienten d_1 , d_3 , d_5 und d_7 bewirken im Wesentlichen eine konstante Veränderung des jeweiligen Burgers-Parameters über den Versuchsverlauf. Dies kann einer Korrektur aufgrund des Glättungseffektes beim Basis-Modell zugeschrieben werden.

Eine Schädigung, d.h. eine Veränderung aufgrund der im Versuchsablauf eintretenden Änderungen, bewirken die Koeffizienten d_2 , d_4 , d_6 sowie d_8 .

Zur besseren Übersicht für die weitere Interpretation werden zunächst die nicht konstanten Koeffizienten d_1 , d_3 und d_4 dargestellt.

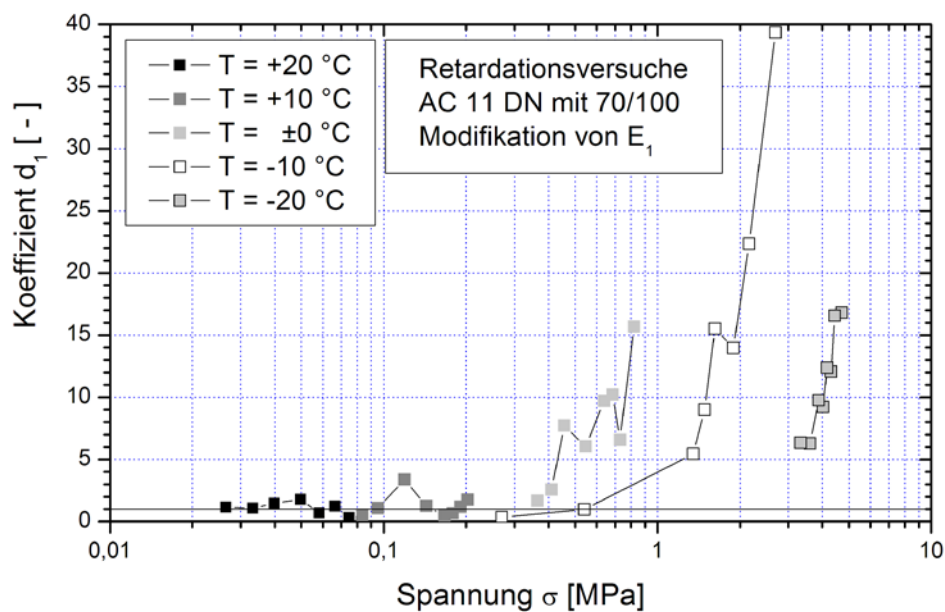


Abbildung 5-6: Retardationsversuch - Koeffizient d_1 , welcher den Burgers-Parameter E_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Spannung und der Prüftemperatur

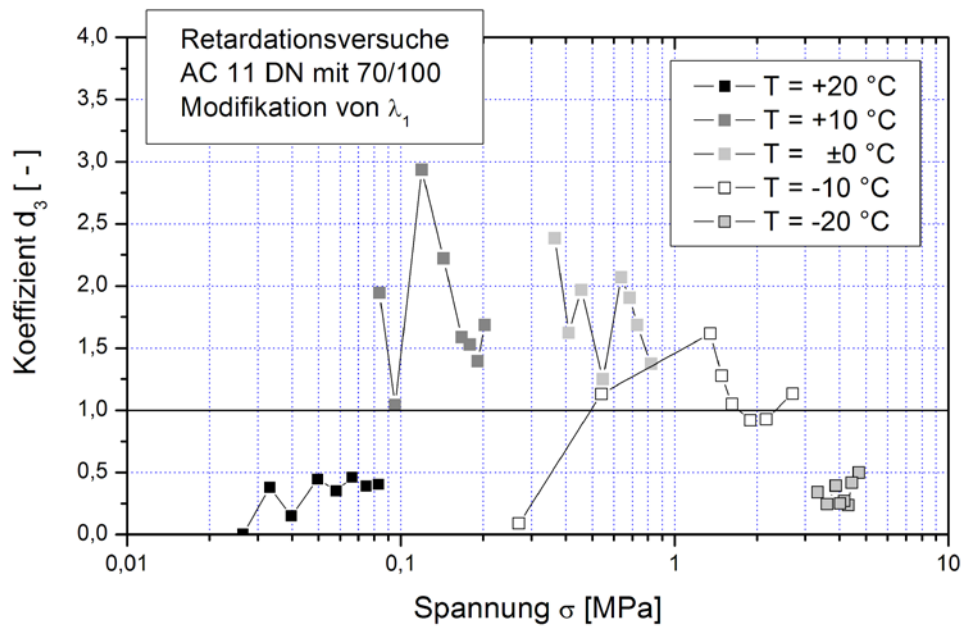


Abbildung 5-7: Retardationsversuch - Koeffizient d_3 , welcher den Burgers-Parameter λ_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Spannung und der Prüftemperatur

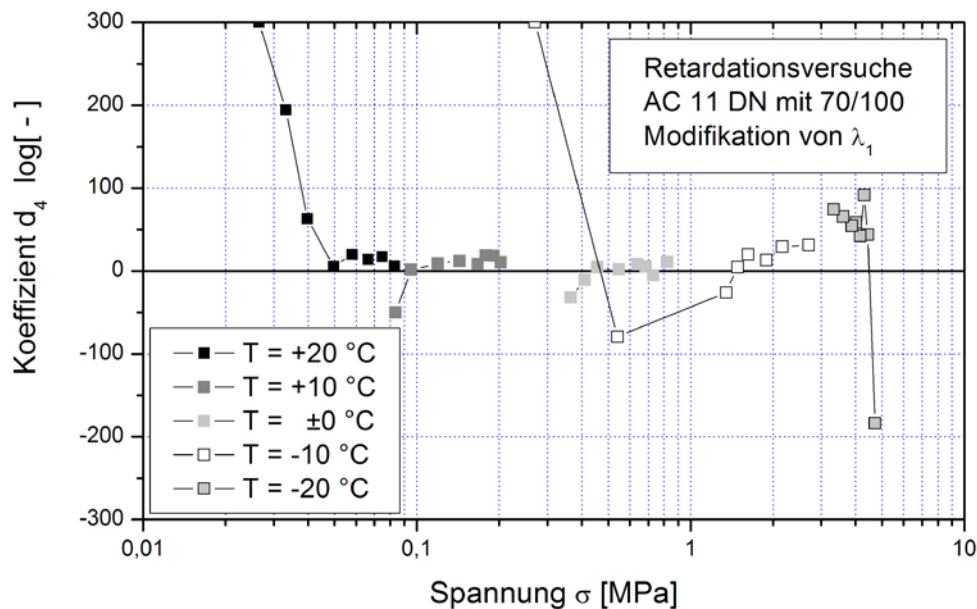


Abbildung 5-8: Retardationsversuch - Koeffizient d_4 , welcher den Burgers-Parameter λ_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Spannung und der Prüftemperatur

Im Idealfall sollte nur der Koeffizient d_4 den Dämpfer λ_1 im Versuchsverlauf überproportional erhöhen und damit die tertiäre Phase wiedergeben. Dies trifft im Wesentlichen auch zu.

Wie eingangs erwähnt, tritt beim Basis-Modell eine Verminderung der Anpassungsqualität auf (Glättungseffekt), die mit den hier ermittelten Koeffizienten ausgeglichen wird.

Dies betrifft die Werte des Burgers-Parameters E_1 . Im Bereich der höheren Temperaturen (+20 °C bis ± 0 °C) erfolgt teilweise eine Absenkung, teilweise eine Anhebung. Bei tieferen Temperaturen erfolgt nur noch eine Absenkung, welche von der Prüftemperatur und bei tieferen Temperaturen im Wesentlichen von der Spannung abhängt.

Lediglich bei der Prüftemperatur $T = -20$ °C muss eine Korrektur auch für die Parameter E_2 und λ_2 - in diesem Falle eine Absenkung der Werte um einen Faktor von ~ 4 - vorgenommen werden.

Der Parameter d_4 stellt schließlich den Einfluss der Schädigung auf den Dämpfer λ_1 dar. Im Versuchsverlauf nimmt die Dehnung überproportional zu. Diese Zunahme wird durch den Parameter d_4 weiter verstärkt.

Wie in Abbildung 5-8 zu erkennen ist, kann keine eindeutige Abhängigkeit von der Prüftemperatur oder der Spannung angegeben werden. Es besteht lediglich die Tendenz, dass die Werte von d_4 mit zunehmender Spannung - und damit fallender Prüftemperatur - ebenfalls steigen. Dies ist physikalisch plausibel, da mit zunehmender Beanspruchung das Schädigungspotential steigt.

In den folgenden Abbildungen sollen die Auswirkungen der Modifikationen bzw. Schädigung auf die Burgers-Parameter an drei Beispielen dargestellt werden.

Für alle Burgers-Parameter ist zu beachten, dass die Darstellung der Werte ohne Schädigung auf dem Basis-Modell beruht. Dieses Modell ist aber nicht in der Lage den korrekten Spannungsverlauf zu beschreiben, so dass die dargestellten Kurvenverläufe nicht die „wahren“ Werte wiedergeben.

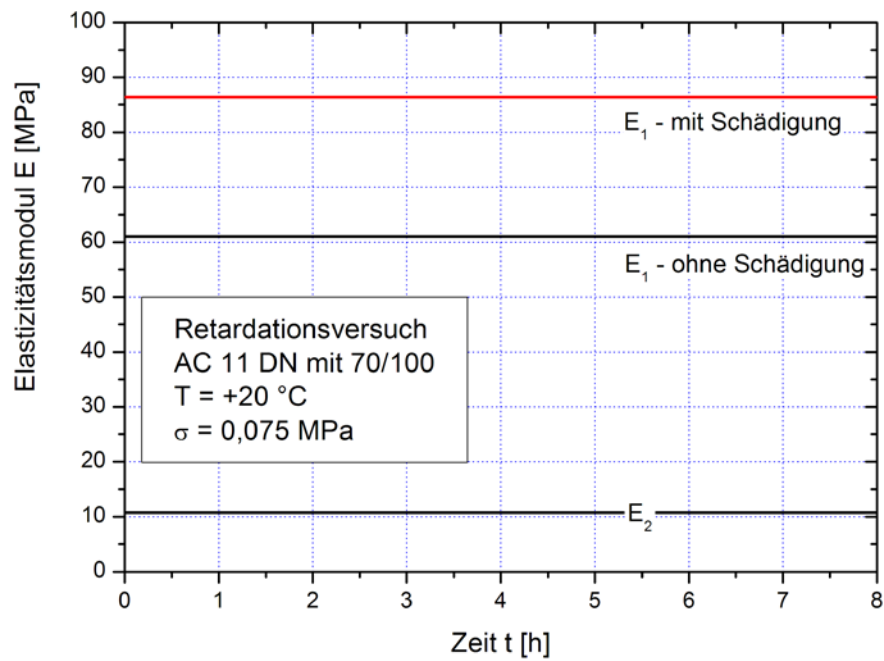


Abbildung 5-9: Retardationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter E_1 und E_2 mit und ohne Schädigung bei $T = +20\text{ °C}$ und $\sigma = 0,0747\text{ MPa}$

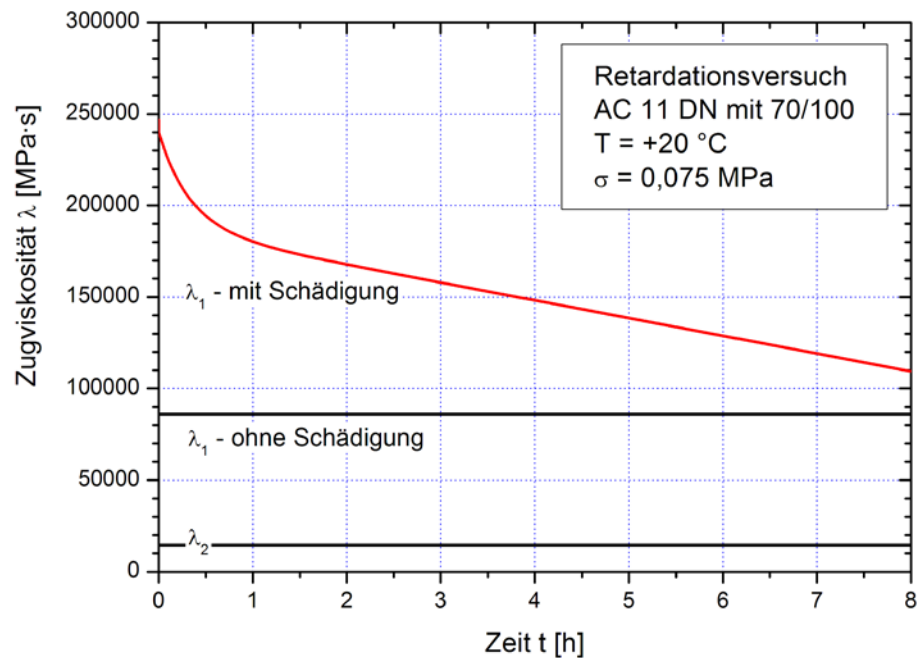


Abbildung 5-10: Retardationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 mit und ohne Schädigung bei $T = +20\text{ °C}$ und $\sigma = 0,0747\text{ MPa}$

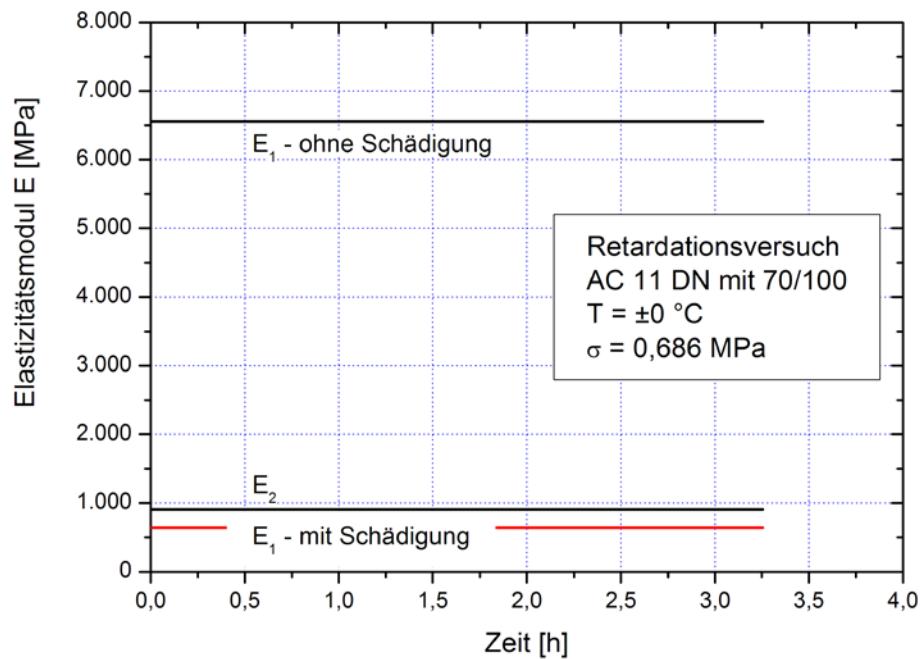


Abbildung 5-11: Retardationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter E_1 und E_2 mit und ohne Schädigung bei $T = \pm 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ und $\sigma = 0,6863 \text{ MPa}$

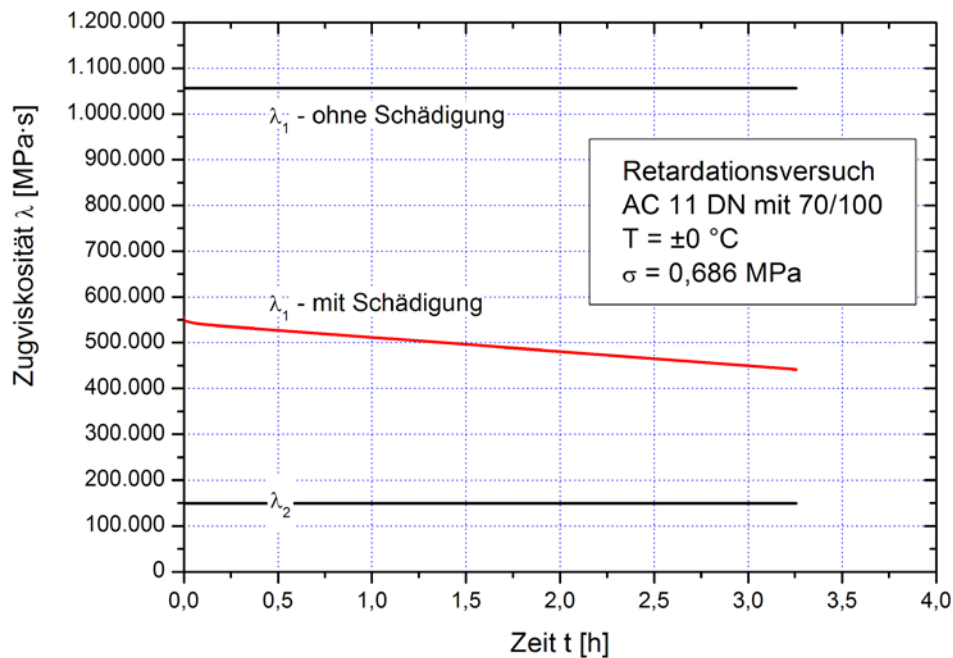


Abbildung 5-12: Retardationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 mit und ohne Schädigung bei $T = \pm 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$ und $\sigma = 0,6863 \text{ MPa}$

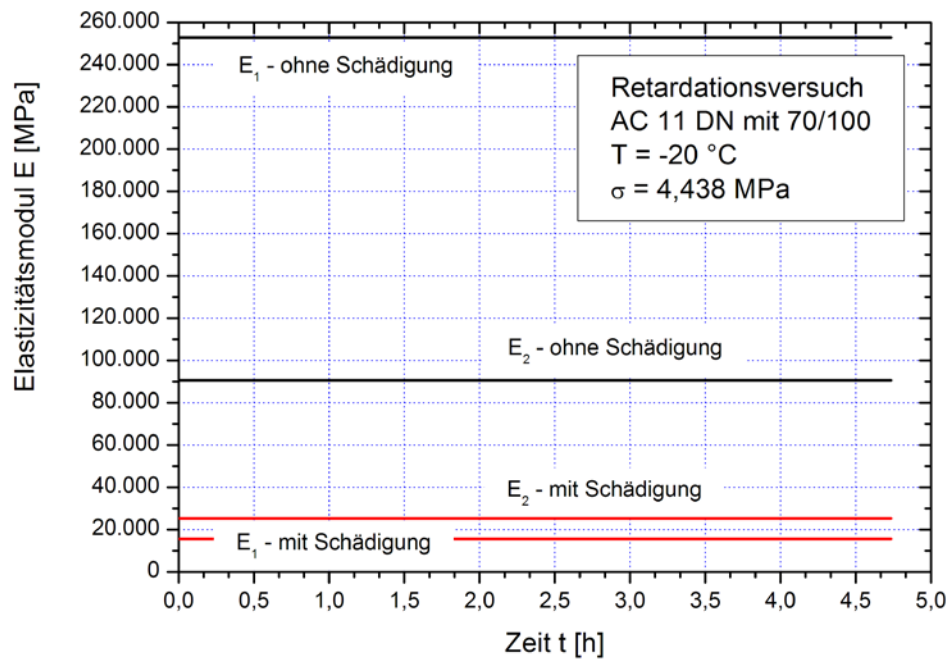


Abbildung 5-13: Retardationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter E_1 und E_2 mit und ohne Schädigung bei T = -20 °C und $\sigma = 4,438 \text{ MPa}$

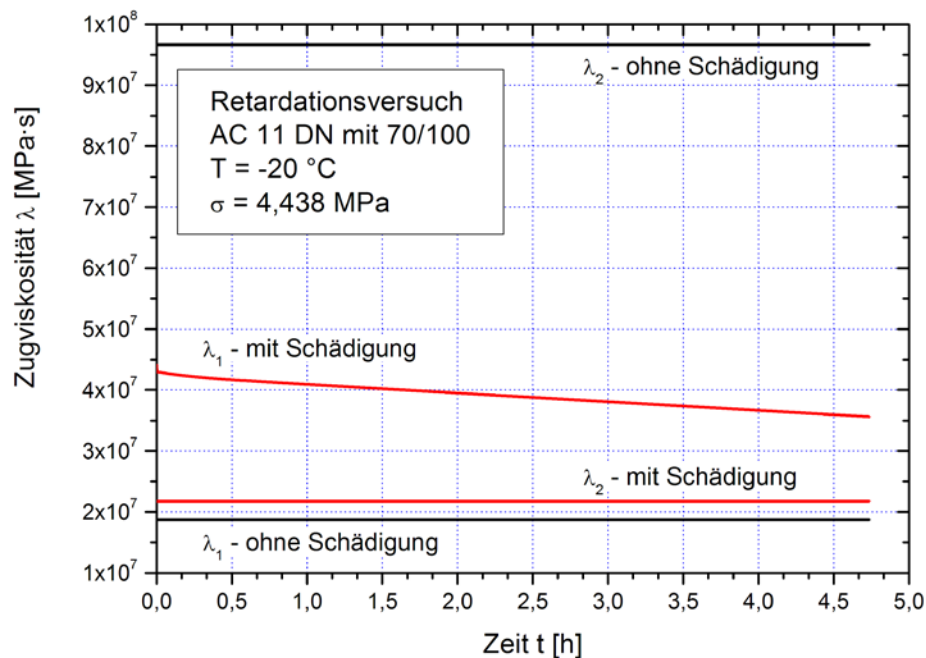


Abbildung 5-14: Retardationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 mit und ohne Schädigung bei T = -20 °C und $\sigma = 4,438 \text{ MPa}$

Wie bereits beschrieben, ändern sich die beiden Parameter E_2 und λ_2 nur bei $T = -20\text{ °C}$. Dies ist mit hoher Wahrscheinlichkeit auf den Glättungseffekt zurückzuführen, da beide Parameter über den Versuchsverlauf konstant bleiben.

Die Werte des Parameters E_1 werden bei $T = +20\text{ °C}$ und $T = \pm 0\text{ °C}$, über den Versuchsablauf konstant, angehoben. Diese Veränderung wird dem Glättungseffekt zugeschrieben. Bei $T = -25\text{ °C}$ erfolgt jedoch eine sehr starke Absenkung der Werte, die auf eine Schädigung schließen lässt.

Der Burgers-Parameter λ_1 erfährt schließlich über den Versuchsablauf reduzierende Werte. Der Startwert der Zugviskosität liegt teils oberhalb ($T = +20\text{ °C}$ und $T = -20\text{ °C}$) und teils unterhalb ($T = \pm 0\text{ °C}$) der Werte des Basis-Modells. Dies ist auf die Abweichung bei der funktionalen Beschreibung (Glättungseffekt) zurückzuführen. Die Verringerung des Burgers-Parameters λ_1 führt schließlich zu einer überproportionalen Zunahme der Dehnungen und kann eindeutig als Schädigung interpretiert werden.

Zur Kontrolle werden die Dehnungen der Burgers-Elemente innerhalb des modifizierten Basis-Modells anschaulich dargestellt.

In den folgenden Abbildungen 5-15 und 5-16 sind die Dehnungsanteile der Feder E_1 (elastisch), des Dämpfers λ_1 (viskos) sowie des Voigt-Kelvin-Modells ($E_2 + \lambda_2 =$ visko-elastisch) für zwei oben gezeigte Versuche bei den Prüftemperaturen $T = +20\text{ °C}$ und $T = -20\text{ °C}$ dargestellt.

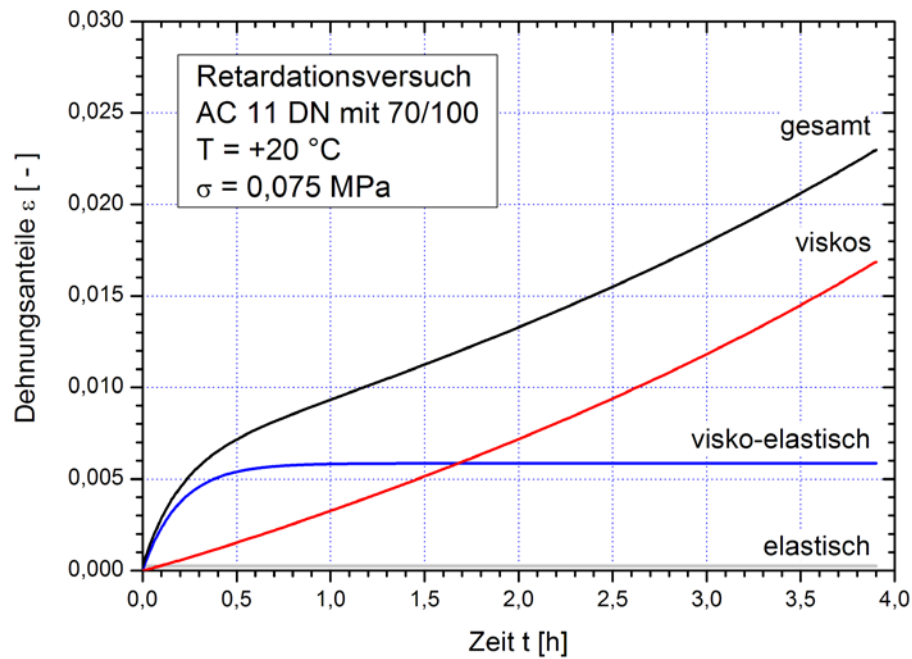


Abbildung 5-15: Retardationsversuch - Dehnungsanteile der Burgers-Elemente über den Versuchsverlauf bei $T = +20\text{ °C}$ und $\sigma = 0,075\text{ MPa}$

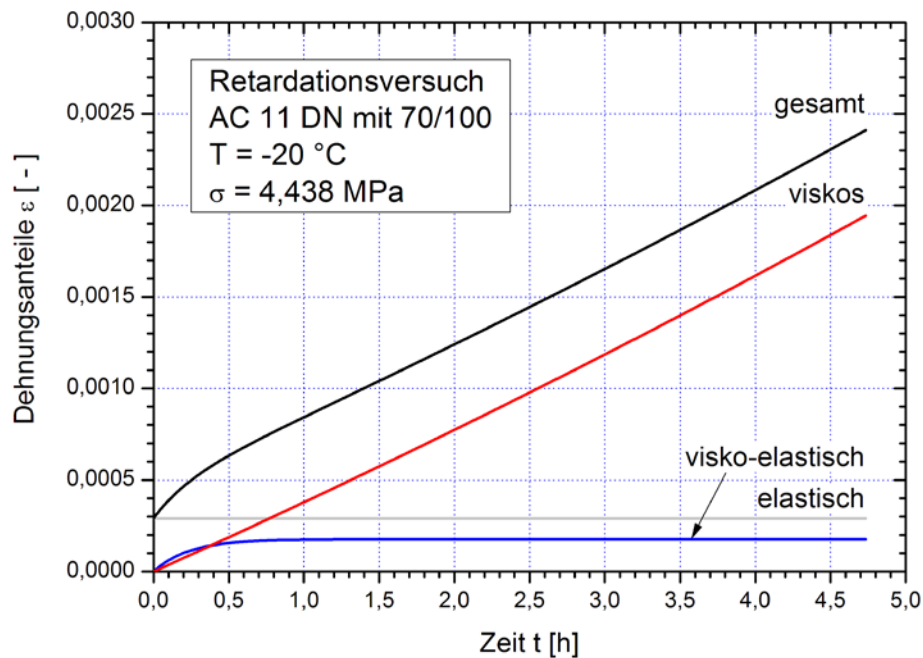


Abbildung 5-16: Retardationsversuch - Dehnungsanteile der Burgers-Elemente über den Versuchsverlauf bei $T = -20\text{ °C}$ und $\sigma = 4,438\text{ MPa}$

Die Abbildungen lassen gut erkennen, dass die Ergebnisse der Retardationsversuche im Wesentlichen vom singulären Dämpfer λ_1 bestimmt werden. Die elastischen und visko-

elastischen Anteile bleiben über den Versuchsverlauf konstant, während der Dämpfer λ_1 den zeitlichen Dehnungszuwachs erzeugt. Die überproportionale Dehnungszunahme kann durch die Schädigung des singulären Dämpfers beschrieben werden.

5.2 Relaxationsversuche

Der Relaxationsversuch stellt insofern eine Ausnahme dar, weil bei diesem Versuch eine mögliche Schädigung vor dem eigentlichen Versuchsbeginn, d.h. vor der Relaxationsphase stattfindet.

Zur Beschreibung dieser Schädigung werden mehrere Möglichkeiten untersucht:

1. Die Schädigung tritt in Abhängigkeit von der Startspannung auf und wirkt als Faktor auf die entsprechenden Burgers-Elemente. Wie in Kapitel 4.6.2 beschrieben, soll zunächst die Feder E_1 durch den Ausdruck: $E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^{\sigma_0}}$ ersetzt werden, wobei σ_0

die Startspannung zu Versuchsbeginn darstellt. Dies bedeutet, dass die Werte der Feder E_1 um einen konstanten Faktor verändert werden. Dies kann analog auf die weiteren Burgers-Elemente erweitert werden (siehe Kapitel 5.2.1).

2. Die Schädigung tritt ebenfalls in Abhängigkeit von der Startspannung auf, wirkt aber als Faktor auf die gemessene bzw. berechnete Spannung während der Relaxationsphase. Die Werte der Burgers-Elemente werden dann in Abhängigkeit der korrigierten Spannung berechnet. Dieses Verhalten wird im Kapitel 5.2.2 untersucht.
3. Die Schädigung bewirkt, dass die bisher im Basis-Modell eingesetzte funktionale Abhängigkeit von der Spannung nicht mehr gegeben ist. Eine proportionale Veränderung über einen konstanten Faktor wurde bereits unter 1. und 2. beschrieben. Eine überproportionale Veränderung kann z.B. linear in Abhängigkeit von der aktuellen Spannung erfolgen, so dass z.B. E_1 ersetzt wird durch: $E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot \sigma}$, wobei σ die aktuelle Span-

nung in der Relaxationsphase darstellt. Damit tritt durch den degressiven Verlauf der Spannung eine überproportionale Veränderung des entsprechenden Burgers-Parameters ein. Dies kann analog auf alle Burgers-Parameter angewandt werden und wird in Kapitel 5.2.3 untersucht.

4. Die Veränderung zur überproportional fallenden Spannung kann weiterhin überproportional erfolgen, so dass z.B. E_1 durch $E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\sigma}$ ersetzt wird, wobei σ die aktuelle Spannung in der Relaxationsphase darstellt. Auch dies kann analog auf alle Burgers-Parameter angewandt werden. Darauf wird in Kapitel 5.2.4 näher eingegangen.

Beim Relaxationsversuch wird die Startspannung σ_0 theoretisch spontan aufgebracht. Dies kann in der Praxis nicht realisiert werden, es wird eine Zeitspanne von ca. 2 bis 20 Sekunden benötigt. Dieser relativ langsame Spannungsaufbau bei Versuchsbeginn kann ebenfalls berücksichtigt werden und würde dazu führen, dass bereits bei Relaxationsbeginn ein bestimmter Schädigungsgrad erlangt wird. Dieser würde dann wieder auf die Burgers-Parameter wirken. Dieses Verhalten ist jedoch bereits unter Punkt 1, sowie Punkt 3 und Punkt 4 berücksichtigt. Faktoren, welche den anfänglichen Schädigungsgrad repräsentieren, wären mit den Koeffizienten d_1 und d_2 berücksichtigt.

Für die folgenden Berechnungsmethoden ist zu beachten, dass bei der Berechnung der Werte des Burgers-Parameters E_1 die Messfeder (siehe Kapitel 4.2) berücksichtigt wird. Die hier angegebenen Koeffizienten beziehen sich immer auf die Werte der Feder E_1 und nicht auf die Kombination aus E_1 und Messfeder. Damit können direkt die Versuche ohne Messfeder nachgerechnet werden und z.B. die korrigierten Relaxationszeiten angegeben werden.

5.2.1 Modifikation der Burgers-Parameter: Startspannung

Zunächst soll sich die Modifikation, wie in Kapitel 4.6.2 beschrieben, auf die Feder E_1 beschränken. In der folgenden Tabelle 5-4 sind die Regressionen angegeben, mit einer Modifikation der Feder E_1 nach dem Prinzip:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^{\sigma_0}}, \text{ wobei } \sigma_0 \text{ die Startspannung zu Versuchsbeginn darstellt.}$$

Tabelle 5-4: Relaxationsversuch - Koeffizienten zur Modifikation des Burgers-Parameter E_1 in Abhängigkeit von der Start-Spannung σ_0 bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Startspannungen

Prüf-temperatur °C	Start-Spannung MPa	Burgers-Parameter E_1		FQS	r^2
		d_1	d_2		
		-	-	-	-
+20 °C	0,1101	$-2,2759 \cdot 10^{-3}$	$3,4581 \cdot 10^0$	$2,5520 \cdot 10^{-4}$	0,97936
	0,0854	$-3,4552 \cdot 10^{-3}$	$2,3855 \cdot 10^0$	$1,0850 \cdot 10^{-3}$	0,80966
	0,0561	$-4,2306 \cdot 10^{-3}$	$2,5749 \cdot 10^0$	$2,7719 \cdot 10^{-4}$	0,76761
	0,0685	$-5,0024 \cdot 10^{-3}$	$2,7025 \cdot 10^0$	$1,3977 \cdot 10^{-4}$	0,85374
	0,0483	$-3,7252 \cdot 10^{-3}$	$2,7103 \cdot 10^0$	$3,4389 \cdot 10^{-4}$	0,73731
	0,0411	$-3,7879 \cdot 10^{-3}$	$2,7096 \cdot 10^0$	$2,6468 \cdot 10^{-4}$	0,70164
+10 °C	0,2200	$-1,8131 \cdot 10^{-3}$	$1,2254 \cdot 10^1$	$9,3018 \cdot 10^{-2}$	0,21663
+5 °C	0,3995	$4,1570 \cdot 10^{-2}$	$1,5903 \cdot 10^1$	$4,7791 \cdot 10^{-1}$	0,88336
±0 °C	0,9213	$2,2678 \cdot 10^{-1}$	$1,3437 \cdot 10^1$	$1,2398 \cdot 10^{-1}$	0,99719
-10 °C	2,7180	$1,5436 \cdot 10^{-1}$	$2,2611 \cdot 10^1$	$1,4470 \cdot 10^2$	0,59485
	2,1770	$1,1795 \cdot 10^{-1}$	$1,8865 \cdot 10^1$	$5,2610 \cdot 10^1$	0,76177
	1,9107	$1,1038 \cdot 10^{-1}$	$1,9816 \cdot 10^1$	$3,7628 \cdot 10^1$	0,76927
-20 °C	4,7150	$4,5883 \cdot 10^{-2}$	$6,5222 \cdot 10^0$	$3,8127 \cdot 10^2$	-
-25 °C	3,8630	$5,3391 \cdot 10^{-1}$	$2,7954 \cdot 10^0$	$9,6662 \cdot 10^2$	-
	3,6672	$4,5220 \cdot 10^{-1}$	$3,0412 \cdot 10^0$	$9,1516 \cdot 10^2$	-
	3,2280	$6,7282 \cdot 10^{-2}$	$3,1050 \cdot 10^0$	$5,9368 \cdot 10^2$	-
	2,8079	$8,7596 \cdot 10^{-1}$	$2,9676 \cdot 10^0$	$5,3132 \cdot 10^2$	-

Die Bestimmtheitsmaße der Tabelle 5-4 zeigen, dass eine Modifikation bezogen auf den Parameter E_1 in Abhängigkeit von der Anfangsspannung keine hinreichend genaue Regressionen zulässt bzw. dass die Regressionen so schlecht ausfallen, dass kein Bestimmtheitsmaß angegeben werden kann. Das in Kapitel 4.6.2 gewählte, charakteristische Beispiel (in Tabelle 5-4 grau hinterlegt) weist zwar eine sehr gute Anpassung auf, jedoch stellt die Kurvenform der Versuchsergebnisse einen eher durchschnittlichen Verlauf dar, so dass Kurvenformen bei $T = +20\text{ °C}$ oder $T = -25\text{ °C}$ nicht erreicht werden können.

Wie in den folgenden Abbildungen 5-17 und 5-18 zu erkennen ist, relaxiert der Asphalt bei höheren Temperaturen schneller und bei tieferen Temperaturen langsamer, als es das Modell berechnet.

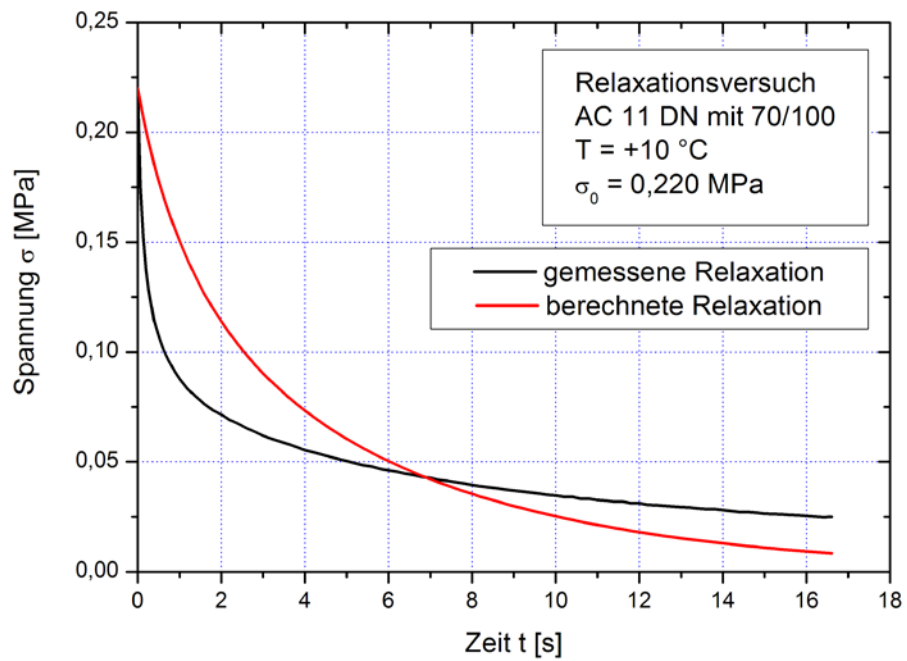


Abbildung 5-17: Relaxationsversuch - Gemessene und berechnete Spannungen bei T = +10 °C und $\sigma_0 = 0,220$ MPa

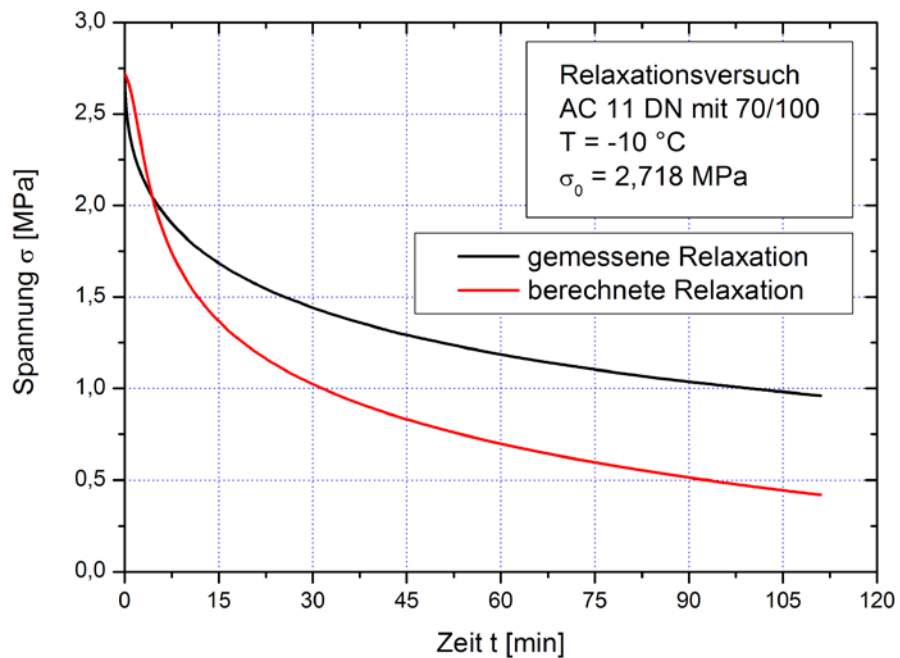


Abbildung 5-18: Relaxationsversuch - Gemessene und berechnete Spannungen bei T = -10 °C und $\sigma_0 = 2,718$ MPa

Da die alleinige Modifikation des Burgers-Parameters E_1 in Abhängigkeit von der Startspannung keinen Erfolg bringt, wird in der Folge die Modifikation schrittweise auf alle Burgers-Parameter ausgeweitet.

Die Modifikation des Parameters λ_1 in Abhängigkeit der Startspannung σ_0 , analog zur Veränderung von E_1 , führt zu keiner besseren Anpassung. Auch eine Modifikation der Parameter E_1 und λ_1 bringt keine Verbesserung. Ebenfalls führt die Modifikation der Parameter E_2 und λ_2 zu keiner Verbesserung der Regressionen.

Werden alle Burgers-Parameter über die Koeffizienten d_1 bis d_8 modifiziert, wird auch keine akzeptable Anpassung für die tiefen Temperaturbereiche erzielt.

Beispielhaft sind für die Modifikation aller Burgers-Parameter in Abhängigkeit von der Startspannung in Abbildung 5-19 die gemessenen Daten sowie die berechnete Regression für den Versuch bei $T = -25\text{ °C}$ eingezeichnet.

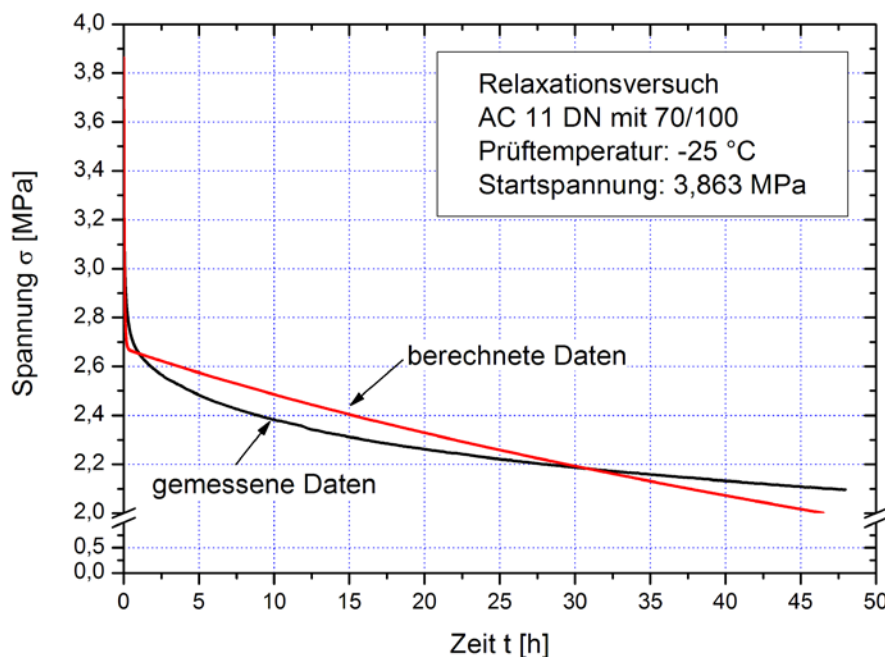


Abbildung 5-19: Relaxationsversuch - Gemessene Spannungen und berechnete Spannungen unter Modifikation aller Burgers-Parameter in Abhängigkeit von σ_0 bei $T = -25\text{ °C}$ und $\sigma_0 = 3,863\text{ MPa}$

Es ist deutlich zu erkennen, dass die berechnete Anpassung nicht akzeptabel ist und nach einer weiteren Lösung gesucht werden muss.

5.2.2 Modifikation der Spannung in Abhängigkeit von der Startspannung

Nun wird die Spannung im Versuchsablauf über einen Faktor in Abhängigkeit von der Startspannung verändert: $\sigma \Rightarrow \sigma \cdot a(\sigma_0)$ Gl. 82

Mit dieser modifizierten Spannung werden die Burgers-Parameter berechnet und die resultierende Spannungsabnahme bestimmt.

Die so erhaltenen Resultate sind in der folgenden Tabelle 5-5 dokumentiert.

Tabelle 5-5: Relaxationsversuch - Koeffizient a zur Modifikation der Spannung σ bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Startspannungen

Prüf-temperatur	Start-Spannung	Spannungs-Parameter a	FQS	r ²
°C	MPa	-	-	-
+20 °C	0,1101	1,7300	$7,5839 \cdot 10^{-3}$	0,3865
	0,0854	2,1809	$2,9369 \cdot 10^{-3}$	0,4848
	0,0561	3,1702	$3,2294 \cdot 10^{-4}$	0,7292
	0,0685	2,5810	$2,1628 \cdot 10^{-4}$	0,7737
	0,0483	3,6800	$4,2700 \cdot 10^{-4}$	0,6738
	0,0411	4,2769	$2,4719 \cdot 10^{-4}$	0,7214
+10 °C	0,2200	2,5573	$5,9638 \cdot 10^{-2}$	0,4977
+5 °C	0,3995	1,7400	$3,0923 \cdot 10^{-1}$	0,9245
±0 °C	0,9213	0,8235	$8,7380 \cdot 10^{-1}$	0,9802
-10 °C	2,7180	0,3558	$1,1765 \cdot 10^2$	0,6706
	2,1770	0,3837	$9,1296 \cdot 10^1$	0,6333
	1,9107	0,4125	$7,2378 \cdot 10^1$	0,5896
-20 °C	4,7150	0,3259	$1,9052 \cdot 10^2$	0,2421
-25 °C	3,8630	0,4453	$1,2579 \cdot 10^3$	-
	3,6672	0,4410	$1,1561 \cdot 10^3$	-
	3,2280	1,0306	$6,1184 \cdot 10^2$	-
	2,8079	0,4413	$6,1663 \cdot 10^2$	-

Die Bestimmtheitsmaße lassen erkennen, dass mit diesem Lösungsansatz keine akzeptablen Resultate erzielt werden. Lediglich für die grau hinterlegte Zeile des Beispiels ergibt sich ein ausreichendes Bestimmtheitsmaß.

5.2.3 Modifikation der Burgers-Parameter: Spannung, linear

Da die Modifikation in Abhängigkeit der Startspannung, d.h. mit konstanten Faktoren, insbesondere bei tiefen Temperaturen keine guten Regressionen der Versuchsdaten zulässt, soll die gemessene, bzw. bei der Regression berechnete Spannung während des Relaxationsversuches als Eingangsgröße der Modifikation dienen. Sie ist bei Versuchsstart mit der Startspannung

identisch und verringert sich im Versuchsverlauf. Der Einfluss der Modifikation nimmt damit während des Versuchs exponentiell ab.

Dieser Lösungsansatz bedeutet, dass eine - durch die Startspannung erzeugte - mögliche Schädigung nicht mehr durch einen einfachen Faktor ausgedrückt werden kann: Jeder Burgers-Parameter wird in Abhängigkeit von der aktuell auf ihn einwirkenden Spannung proportional verändert.

Die Modifikation soll prinzipiell auf alle Burgers-Parameter angewandt werden. Somit wird das Basis-Modell wie folgt erweitert:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot \sigma}, \quad \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_2 \cdot \sigma}, \quad E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_3 \cdot \sigma} \text{ und } \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_4 \cdot \sigma} \quad \text{Gl. 83}$$

Die Parameter für die so erzielten Regressionen sind in der folgenden Tabelle 5-6 dokumentiert.

Tabelle 5-6: Relaxationsversuch - Koeffizienten zur Modifikation der Burgers-Parameter in Abhängigkeit der Spannung σ bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Startspannungen

Temperatur	Startspannung [MPa]	E_1	E_2	λ_1	λ_2	FQS r^2
		d_1	d_2	d_3	d_4	
+20 °C	0,1101	$5,3898 \cdot 10^{-1}$	$4,5775 \cdot 10^1$	$4,0188 \cdot 10^{-3}$	$2,3824 \cdot 10^1$	$5,3799 \cdot 10^{-6}$ 0,99956
	0,0854	$7,9259 \cdot 10^{-2}$	$3,6909 \cdot 10^1$	$2,9572 \cdot 10^{-3}$	$2,0510 \cdot 10^1$	$2,9857 \cdot 10^{-6}$ 0,99948
	0,0561	$2,9889 \cdot 10^{-2}$	$3,0527 \cdot 10^2$	$5,8660 \cdot 10^{-4}$	$1,7154 \cdot 10^1$	$2,1605 \cdot 10^{-6}$ 0,99819
	0,0685	$6,3892 \cdot 10^{-2}$	$1,2010 \cdot 10^0$	$5,3154 \cdot 10^{-3}$	$5,5059 \cdot 10^1$	$1,6610 \cdot 10^{-7}$ 0,99983
	0,0483	$1,3342 \cdot 10^{-2}$	$8,8786 \cdot 10^{-1}$	$6,0322 \cdot 10^{-3}$	$5,0800 \cdot 10^1$	$4,3593 \cdot 10^{-7}$ 0,99967
	0,0411	$6,8727 \cdot 10^{-3}$	$2,3063 \cdot 10^{-1}$	$2,4501 \cdot 10^{-3}$	$5,0654 \cdot 10^1$	$9,7027 \cdot 10^{-7}$ 0,99891
+10 °C	0,2200	$2,0640 \cdot 10^0$	$9,2653 \cdot 10^{-1}$	$1,5149 \cdot 10^{10}$	$2,0814 \cdot 10^2$	$7,2811 \cdot 10^{-3}$ 0,93868
+5 °C	0,3995	$2,3459 \cdot 10^0$	$7,0921 \cdot 10^{-3}$	$1,5149 \cdot 10^{10}$	$1,6066 \cdot 10^1$	$2,7081 \cdot 10^{-1}$ 0,93390
± 0 °C	0,9213	$7,5758 \cdot 10^0$	$2,3591 \cdot 10^1$	$1,5149 \cdot 10^{10}$	$3,1359 \cdot 10^{-7}$	$8,8596 \cdot 10^{-2}$ 0,99800
-10 °C	2,7180	$1,6579 \cdot 10^3$	$5,3583 \cdot 10^1$	$2,4065 \cdot 10^{-2}$	$2,1355 \cdot 10^{-2}$	$2,1605 \cdot 10^0$ 0,99395
	2,1770	$6,6391 \cdot 10^2$	$3,2238 \cdot 10^{-8}$	$2,4077 \cdot 10^8$	$3,4236 \cdot 10^1$	$2,9970 \cdot 10^0$ 0,98796
	1,9107	$6,7421 \cdot 10^2$	$6,5145 \cdot 10^{-8}$	$2,4077 \cdot 10^8$	$5,6511 \cdot 10^1$	$5,5515 \cdot 10^0$ 0,96852
-20 °C	4,7150	$3,2864 \cdot 10^2$	$1,7433 \cdot 10^0$	$2,4504 \cdot 10^8$	$8,9464 \cdot 10^{-5}$	$8,3608 \cdot 10^1$ 0,66740
-25 °C	3,8630	$3,6743 \cdot 10^2$	$1,3848 \cdot 10^1$	$2,4504 \cdot 10^8$	$4,3667 \cdot 10^{-3}$	$8,9129 \cdot 10^2$ -
	3,6672	$4,5027 \cdot 10^2$	$1,7745 \cdot 10^1$	$2,4504 \cdot 10^8$	$1,1967 \cdot 10^{-2}$	$8,5140 \cdot 10^2$ -
	3,2280	$4,6727 \cdot 10^2$	$9,9995 \cdot 10^1$	$2,4504 \cdot 10^8$	$7,1203 \cdot 10^{-4}$	$4,9231 \cdot 10^2$ -
	2,8079	$4,7716 \cdot 10^2$	$2,5709 \cdot 10^1$	$2,4504 \cdot 10^8$	$4,7144 \cdot 10^{-1}$	$5,0734 \cdot 10^2$ -

Im Temperaturbereich $> \pm 0$ °C werden gute Anpassungen erzielt, während im sehr tiefen Temperaturbereich nur schlechte Anpassungen möglich sind. Damit ist insbesondere für tiefe Temperaturen ein besserer Lösungsansatz zu untersuchen.

5.2.4 Modifikation der Burgers-Parameter: Spannung, exponentiell

Da eine lineare Modifikation in Abhängigkeit von der (berechneten) Spannung insbesondere bei tiefen Temperaturen keine guten Regressionen der Versuchsdaten zuließen, soll der Ein-

fluss der Spannung vergrößert werden. Die berechneten Spannungen werden nun exponentiell berücksichtigt. Neben der exponentiellen Abnahme - aufgrund der Abnahme der Spannungen - wirkt diese zusätzlich noch exponentiell auf die Burgers-Parameter.

Die Modifikation soll prinzipiell auf alle Burgers-Parameter angewandt werden. Somit wird das Basis-Modell wie folgt erweitert:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\sigma}, \quad \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\sigma}, \quad E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_5 \cdot d_6^\sigma} \text{ und } \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_7 \cdot d_8^\sigma} \quad \text{Gl. 84}$$

Soweit möglich, werden in dieser Phase bereits Reduzierungen der Koeffizienten d_1 bis d_8 durchgeführt. Dies ist der Fall, wenn die Werte z.B. der Koeffizienten d_1 oder d_2 auf den Wert 1,0 fallen. Diese Aussage gilt analog für die Koeffizienten d_3 bis d_8 .

Die ermittelten Werte für die so erzielten Regressionen sind in der folgenden Tabelle 5-7 dokumentiert. Koeffizienten, die entfallen oder konstant gesetzt werden können, sind grau hinterlegt.

Tabelle 5-7: Relaxationsversuch - Koeffizienten für Modifikation der Burgers-Parameter in Abhängigkeit der Spannung σ bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Startspannungen

Temperatur	Start- spannung	Parameter								FQS r ²
		E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂		
+20 °C	0,1101	d ₁	6,1548·10 ⁻³	d ₃	5,4719·10 ²	d ₅	1	d ₇	1	1,3506·10 ⁻⁵
		d ₂	7,2451·10 ⁻¹	d ₄	3,2337·10 ⁻²³	d ₆	1	d ₈	1	0,99891
	0,0854	d ₁	6,6654·10 ⁻³	d ₃	4,7299·10 ²	d ₅	1	d ₇	1	2,5386·10 ⁻⁵
		d ₂	4,0721·10 ²	d ₄	1,3295·10 ⁻¹⁶	d ₆	1	d ₈	1	0,99555
	0,0561	d ₁	3,5956·10 ⁻³	d ₃	4,9950·10 ²	d ₅	1	d ₇	1	1,9728·10 ⁻⁶
		d ₂	3,0040·10 ⁻¹	d ₄	6,5760·10 ⁻¹⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99835
	0,0685	d ₁	3,6805·10 ⁻³	d ₃	5,0095·10 ²	d ₅	1	d ₇	1	3,6443·10 ⁻⁷
		d ₂	1,0393·10 ⁰	d ₄	1,2763·10 ⁻¹⁵	d ₆	1	d ₈	1	0,99962
	0,0483	d ₁	2,0266·10 ⁻³	d ₃	5,0159·10 ²	d ₅	1	d ₇	1	3,5691·10 ⁻⁶
		d ₂	5,4478·10 ⁰	d ₄	2,5790·10 ⁻¹³	d ₆	1	d ₈	1	0,99727
	0,0411	d ₁	1,2872·10 ⁻¹²	d ₃	6,2598·10 ²	d ₅	1	d ₇	1	6,0762·10 ⁻⁷
		d ₂	1,7900·10 ⁻³⁰⁶	d ₄	5,3096·10 ⁻¹⁷	d ₆	1	d ₈	1	0,99932
+10 °C	0,2200	d ₁	7,5540·10 ⁰	d ₃	3,5948·10 ³	d ₅	1	d ₇	1	1,2417·10 ⁻³
		d ₂	4,5436·10 ⁻³	d ₄	3,5505·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,98954
+5 °C	0,3995	d ₁	6,6424·10 ⁰	d ₃	1	d ₅	2,6298·10 ¹	d ₇	1,0931·10 ⁻²	7,4959·10 ⁻³
		d ₂	1,8096·10 ⁻⁴¹	d ₄	3,0579·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,99817
±0 °C	0,9213	d ₁	4,7104·10 ²	d ₃	1,6878·10 ³	d ₅	1	d ₇	1	6,7218·10 ⁻²
		d ₂	9,4600·10 ⁰	d ₄	6,3176·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99848
-10 °C	2,7180	d ₁	1,5987·10 ⁷	d ₃	2,3294·10 ²	d ₅	1	d ₇	1	2,9595·10 ⁻¹
		d ₂	7,3302·10 ⁻³	d ₄	1,1843·10 ⁻¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99917
	2,1770	d ₁	7,3725·10 ⁷	d ₃	5,6661·10 ⁵	d ₅	1	d ₇	1	6,9138·10 ⁻¹
		d ₂	1,4564·10 ⁻³	d ₄	1,2535·10 ⁻³	d ₆	1	d ₈	1	0,99772
	1,9107	d ₁	7,3458·10 ⁶	d ₃	5,6664·10 ⁵	d ₅	1	d ₇	1	6,1605·10 ⁻¹
		d ₂	1,8850·10 ⁻⁴	d ₄	3,3744·10 ⁻⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99651
-20 °C	4,7150	d ₁	8,1499·10 ⁴	d ₃	4,0361·10 ⁻¹¹	d ₅	2,8666·10 ¹	d ₇	6,1516·10 ⁰	2,4551·10 ⁻¹
		d ₂	2,9733·10 ⁻¹	d ₄	3,8852·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,99911
-25 °C	3,8630	d ₁	8,8824·10 ⁶	d ₃	1,6477·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	2,4727·10 ⁰
		d ₂	3,9204·10 ⁻¹	d ₄	1,0994·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,99410
	3,6672	d ₁	8,8834·10 ⁶	d ₃	5,5674·10 ⁻²	d ₅	1	d ₇	1	2,7547·10 ⁰
		d ₂	3,6650·10 ⁻¹	d ₄	2,1350·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,99202
	3,2280	d ₁	9,5356·10 ⁶	d ₃	5,2733·10 ⁻¹	d ₅	1	d ₇	1	2,0013·10 ⁰
		d ₂	1,1639·10 ⁰	d ₄	9,9915·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,98840
	2,8079	d ₁	9,7894·10 ⁶	d ₃	4,3451·10 ⁻⁴	d ₅	1	d ₇	1	6,3596·10 ⁻¹
		d ₂	3,1408·10 ⁻³	d ₄	1,5840·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,99609

Bis auf zwei Ausnahmen lassen sich die Koeffizienten d₅ bis d₈ auf Eins setzen und können entfallen. Sonst werden jeweils die Koeffizienten d₅ und d₇ benötigt, um eine akzeptable Anpassung zu erreichen.

5.2.5 Reduzierung der Koeffizienten

Um eine bessere Übersicht für eine Reduzierung der Koeffizienten zu erhalten, werden diese zunächst grafisch dargestellt.

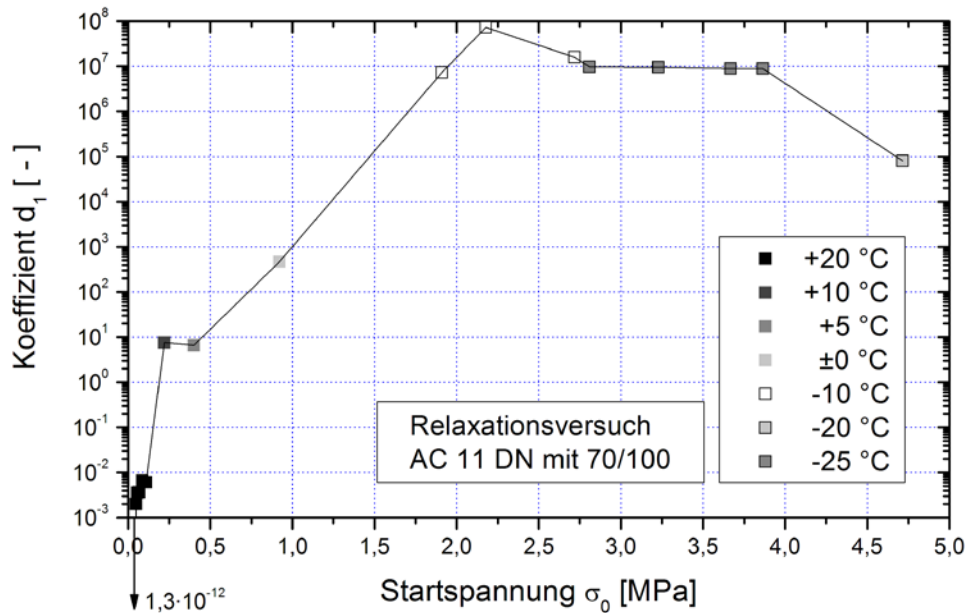


Abbildung 5-20: Relaxationsversuch - Koeffizient d_1 , welcher den Burgers-Parameter E_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Startspannung und der Prüftemperatur

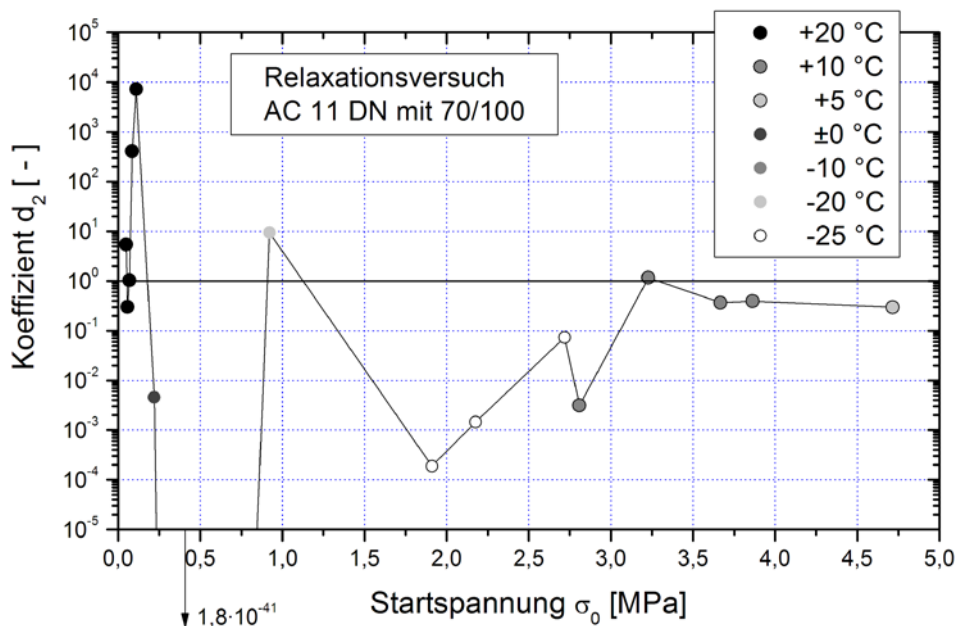


Abbildung 5-21: Relaxationsversuch - Koeffizient d_2 , welcher den Burgers-Parameter E_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Startspannung und der Prüftemperatur

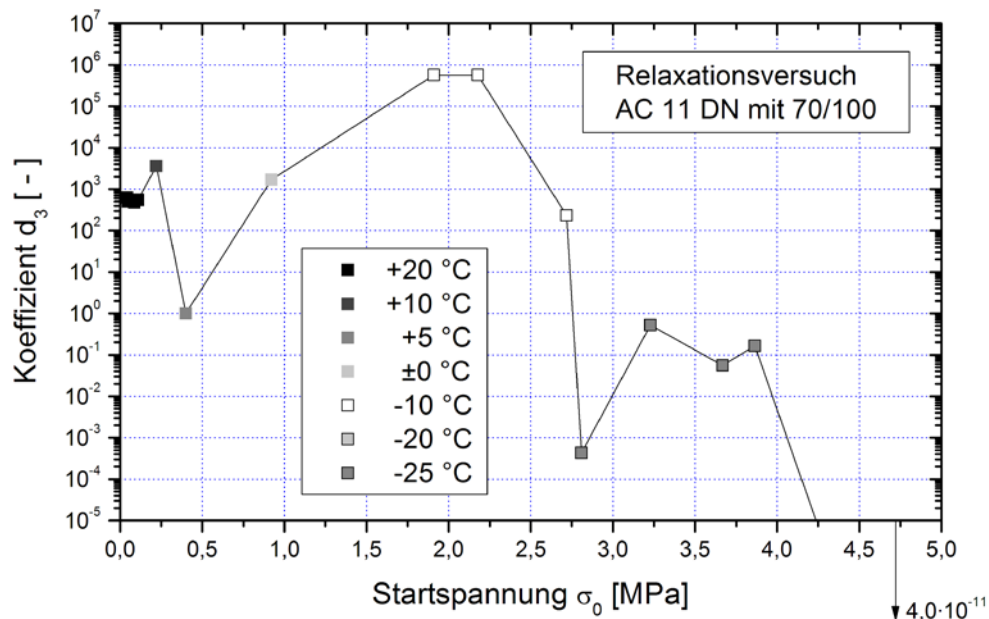


Abbildung 5-22: Relaxationsversuch - Koeffizient d_3 , welcher den Burgers-Parameter λ_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Startspannung und der Prüftemperatur

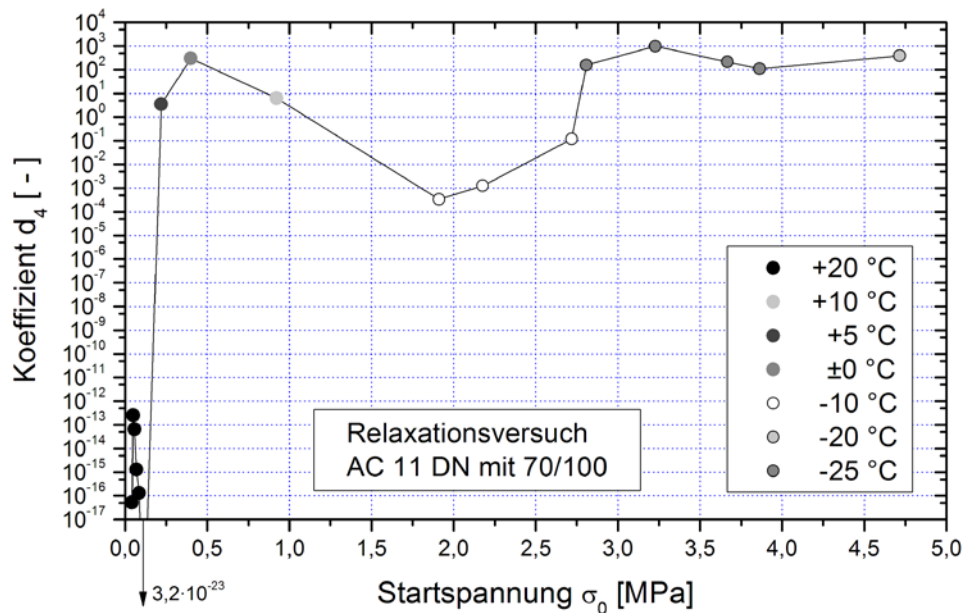


Abbildung 5-23: Relaxationsversuch - Koeffizient d_4 , welcher den Burgers-Parameter λ_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Startspannung und der Prüftemperatur

Im Folgenden wird unter Zuhilfenahme der Abbildungen 5-20 bis 5-23 versucht, weitere Koeffizienten zu reduzieren, d.h. auf den Wert 1,0 bzw. über alle Versuchsbedingungen konstant zu setzen.

In der Abbildung 5-21 ist zu erkennen, dass für die Prüftemperaturen $T = +20\text{ °C}$, $T = +10\text{ °C}$, $T = \pm 0\text{ °C}$ und $T = -25\text{ °C}$ der Koeffizient d_2 nahe 1 liegt und somit auf 1,0 gesetzt wird.

Weiterhin ist es insbesondere im tiefen Temperaturbereich ($T = +5\text{ °C}$, $T = -10\text{ °C}$, $T = -20\text{ °C}$ und $T = -25\text{ °C}$) möglich, den Koeffizienten d_3 entfallen zu lassen, d.h. auf 1,0 zu setzen.

Die Koeffizienten d_5 oder d_7 können nicht ohne weiteres für alle Versuche entfallen. Sie müssen auch weiterhin bei $T = +5\text{ °C}$ erhalten bleiben.

Im Weiteren soll versucht werden, für Prüftemperaturen mit mehreren Startspannungen ($T = +20\text{ °C}$, $T = -10\text{ °C}$ und $T = -25\text{ °C}$), konstante Koeffizienten zu erlangen.

Dazu wurde zunächst der Koeffizient d_3 bei $T = +20\text{ °C}$ auf den frei gewählten Wert 500 gesetzt. Anschließend wird der Koeffizient d_4 bei den Prüftemperaturen $T = -20\text{ °C}$, $T = -10\text{ °C}$ und $T = +5\text{ °C}$ auf den Wert 1,0 gesetzt, d.h. der Koeffizient kann entfallen.

Die daraus resultierenden Ergebnisse der Regressionen sind in der folgenden Tabelle 5-8 dargestellt.

Tabelle 5-8: Relaxationsversuch - Reduzierte Koeffizienten zur Modifikation der Burgers-Parameter in Abhängigkeit der Spannung σ bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Startspannungen

Temperatur	Start- spannung	Parameter								FQS r ²
		E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂		
+20 °C	0,1101	d ₁	5,6204·10 ⁻³	d ₃	500	d ₅	1	d ₇	1	1,2941·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	6,8865·10 ⁻²³	d ₆	1	d ₈	1	0,99895
	0,0854	d ₁	7,7029·10 ⁻³	d ₃	500	d ₅	1	d ₇	1	2,8516·10 ⁻⁵
		d ₂	1	d ₄	6,4834·10 ⁻¹⁸	d ₆	1	d ₈	1	0,99500
	0,0561	d ₁	3,5809·10 ⁻³	d ₃	500	d ₅	1	d ₇	1	1,9353·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	1,0554·10 ⁻¹³	d ₆	1	d ₈	1	0,99838
	0,0685	d ₁	5,1465·10 ⁻³	d ₃	500	d ₅	1	d ₇	1	1,1168·10 ⁻⁷
		d ₂	1	d ₄	5,3827·10 ⁻¹⁶	d ₆	1	d ₈	1	0,99988
	0,0483	d ₁	2,0720·10 ⁻³	d ₃	500	d ₅	1	d ₇	1	3,6248·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	1,9606·10 ⁻¹³	d ₆	1	d ₈	1	0,99723
	0,0411	d ₁	1,0000·10 ⁻⁸	d ₃	500	d ₅	1	d ₇	1	3,1798·10 ⁻⁶
		d ₂	1	d ₄	4,9659·10 ⁻¹⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99642
+10 °C	0,2200	d ₁	7,1102·10 ⁻²	d ₃	2,7547·10 ¹	d ₅	1	d ₇	1	1,0608·10 ⁻³
		d ₂	1	d ₄	2,5188·10 ⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99107
+5 °C	0,3995	d ₁	4,7472·10 ⁰	d ₃	1	d ₅	3,9101·10 ¹⁵	d ₇	1,0201·10 ⁻¹	2,5865·10 ⁻²
		d ₂	1,2484·10 ⁻³³	d ₄	1	d ₆	1	d ₈	1	0,99369
±0 °C	0,9213	d ₁	4,5871·10 ²	d ₃	1,6453·10 ³	d ₅	1	d ₇	1	6,7227·10 ⁻²
		d ₂	1	d ₄	6,6253·10 ⁻¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99848
-10 °C	2,7180	d ₁	1,6300·10 ⁷	d ₃	1	d ₅	1	d ₇	1	2,1170·10 ⁻¹
		d ₂	6,9984·10 ⁻³	d ₄	1	d ₆	1	d ₈	1	0,99941
	2,1770	d ₁	1,5943·10 ⁴	d ₃	1	d ₅	1	d ₇	1	6,9965·10 ⁻¹
		d ₂	3,1185·10 ⁻²	d ₄	1	d ₆	1	d ₈	1	0,99719
	1,9107	d ₁	3,3642·10 ³	d ₃	1	d ₅	1	d ₇	1	8,6027·10 ⁻¹
		d ₂	3,0788·10 ⁻²	d ₄	1	d ₆	1	d ₈	1	0,99512
-20 °C	4,7150	d ₁	1,2327·10 ¹⁴	d ₃	1	d ₅	1	d ₇	1	6,4059·10 ⁰
		d ₂	1,2544·10 ⁻³	d ₄	1	d ₆	1	d ₈	1	0,97452
-25 °C	3,8630	d ₁	5,3614·10 ⁶	d ₃	1	d ₅	1	d ₇	1	2,4728·10 ⁰
		d ₂	1	d ₄	2,7990·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,99410
	3,6672	d ₁	1,6211·10 ⁸	d ₃	1	d ₅	1	d ₇	1	2,7549·10 ⁰
		d ₂	1	d ₄	5,8614·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,99202
	3,2280	d ₁	1,8959·10 ⁷	d ₃	1	d ₅	1	d ₇	1	2,0002·10 ⁰
		d ₂	1	d ₄	8,7539·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	0,98841
	2,8079	d ₁	3,6409·10 ⁹	d ₃	1	d ₅	1	d ₇	1	1,1824·10 ⁰
		d ₂	1	d ₄	1,9143·10 ⁴	d ₆	1	d ₈	1	0,99272

5.2.6 Interpretation der Koeffizienten

Es folgt eine Beschreibung der Auswirkungen der Koeffizienten auf die Burgers-Parameter.

Analog zum Retardationsversuch kann die Aussage getroffen werden:

Die Koeffizienten d₁, d₃, d₅ und d₇ bewirken im Wesentlichen eine konstante Veränderung der Werte des jeweiligen Burgers-Parameters über den Versuchsverlauf. Dies kann einer Korrektur aufgrund des Glättungseffektes beim Basis-Modell zugeschrieben werden. Weiterhin kann

in diesen Koeffizienten eine Schädigung aufgrund des Ziehvorgangs bei Versuchsstart enthalten sein. Diese Schädigung könnte in Relation zur Startspannung oder der Zeit, die benötigt wird, die Startspannung zu erreichen, oder einer Kombination aus beiden stehen. Diese Einflüsse sind nicht von den Korrekturen aufgrund des Glättungseffektes zu trennen.

Eine Veränderung aufgrund der im Versuchsablauf eintretenden Spannungsänderungen bewirken die Koeffizienten d_2 , d_4 , d_6 sowie d_8 .

Zur besseren Übersicht für die weitere Interpretation werden zunächst die nicht konstanten Koeffizienten d_1 , d_2 , d_3 und d_4 dargestellt.

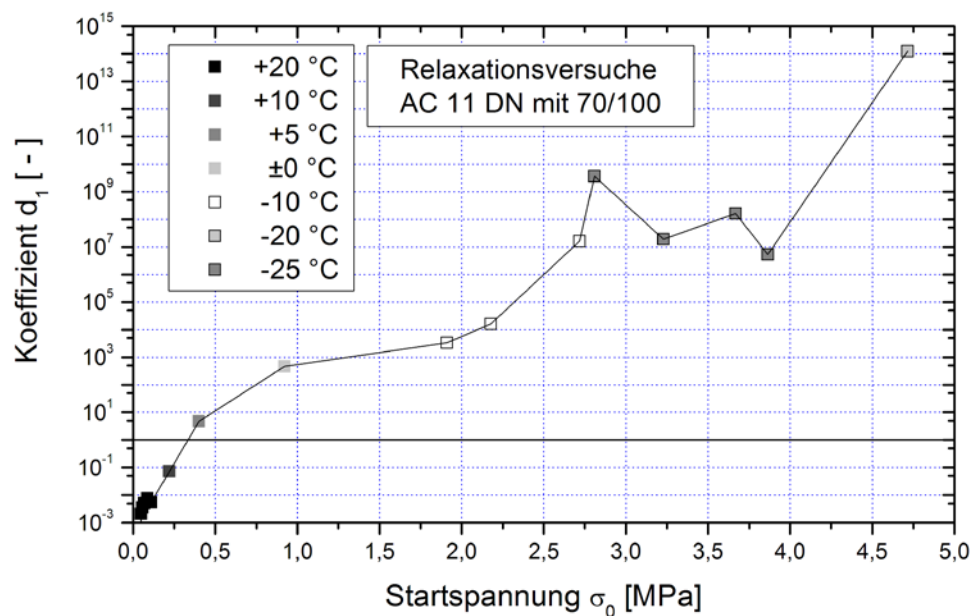


Abbildung 5-24: Relaxationsversuch - Koeffizient d_1 , welcher den Burgers-Parameter E_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Startspannung und der Prüftemperatur

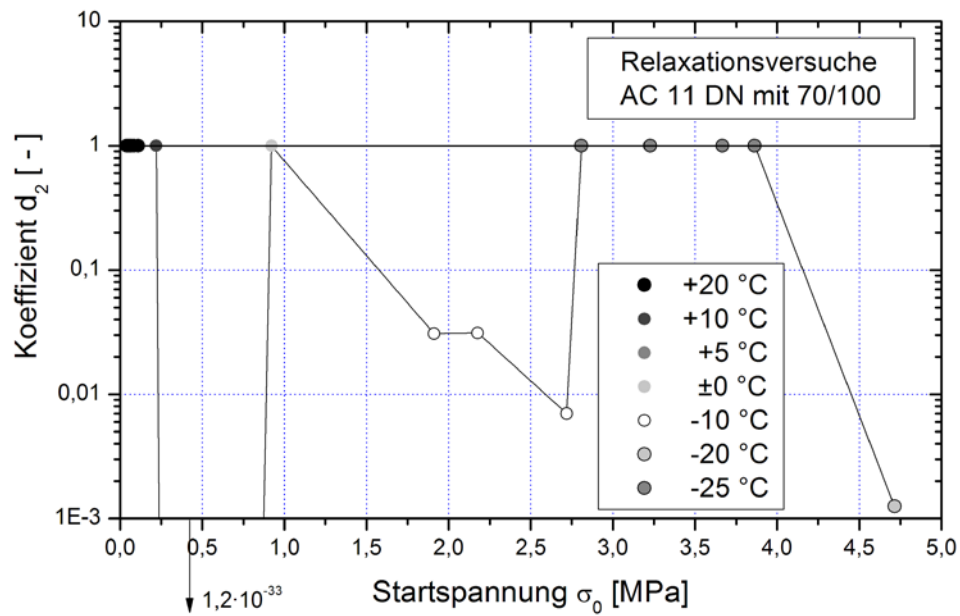


Abbildung 5-25: Relaxationsversuch - Koeffizient d_2 , welcher den Burgers-Parameter E_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Startspannung und der Prüftemperatur

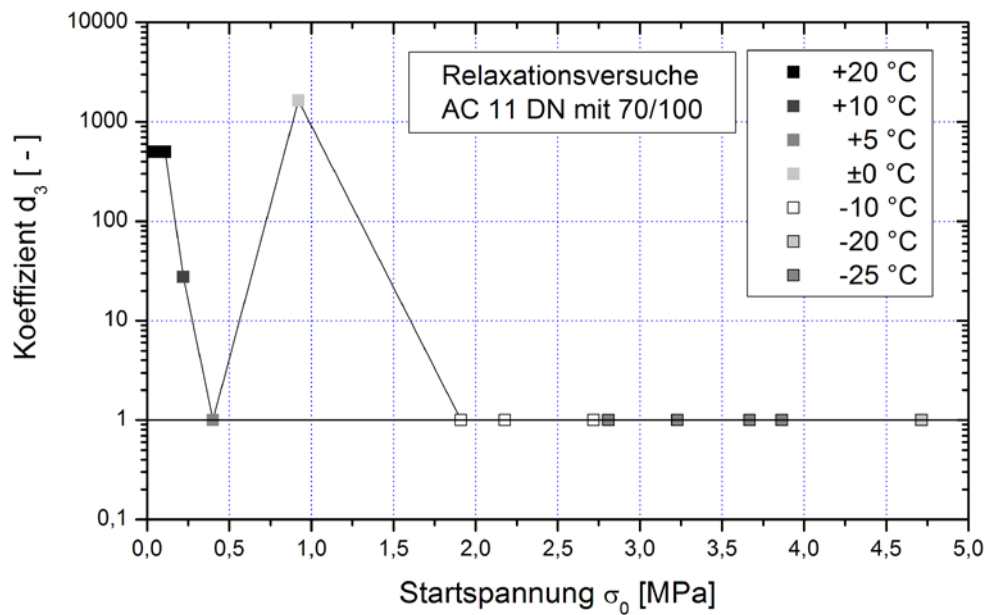


Abbildung 5-26: Relaxationsversuch - Koeffizient d_3 , welcher den Burgers-Parameter E_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Startspannung und der Prüftemperatur

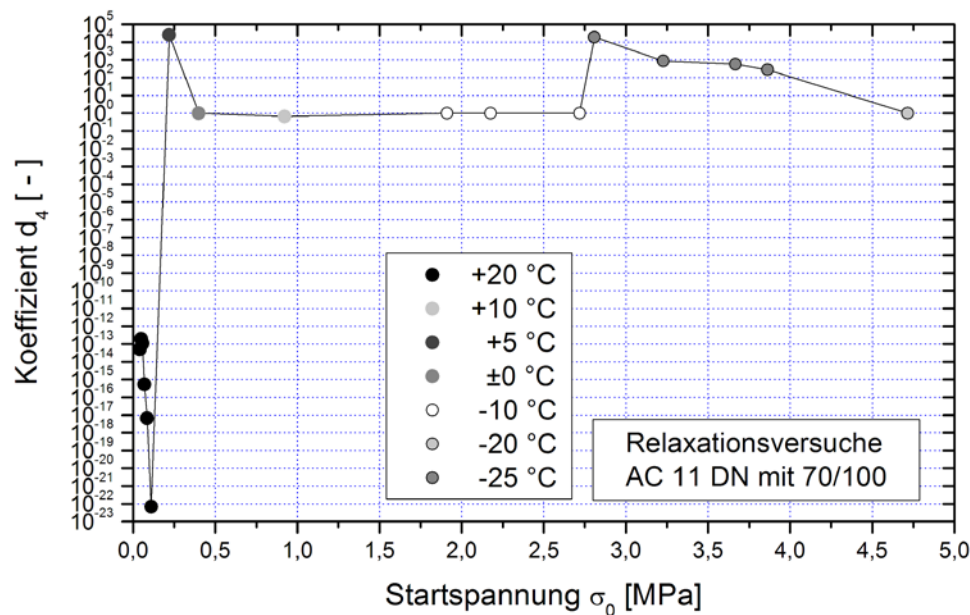


Abbildung 5-27: Relaxationsversuch - Koeffizient d_4 , welcher den Burgers-Parameter λ_1 beeinflusst, in Abhängigkeit von der Startspannung und der Prüftemperatur

Die Abbildung 5-24 zeigt eine deutliche Abhängigkeit des Koeffizienten d_1 von der Startspannung. Mit zunehmender Startspannung bzw. fallender Prüftemperatur wird der Burgers-Parameter E_1 zunächst vergrößert und dann exponentiell verringert. Damit kann das Verhalten bei hohen Temperaturen neben der Korrektur durch den Glättungseffekt physikalisch nicht interpretiert werden. Bei tiefen Temperaturen kann dies als Schädigung angesehen werden.

Der Koeffizienten d_2 (Abbildung 5-25) kann oftmals entfallen. In den Fällen, in denen er bestehen bleiben muss, bewirkt er eine zum Teil sehr starke Erhöhung der Werte des Burgers-Parameters E_1 , welche in Abhängigkeit von der aktuellen Spannung im Versuchsverlauf wieder sinkt. Mit Ausnahme der hohen Temperaturen gilt somit: Nach dem Zugvorgang bei Versuchsstart verlangsamt die Feder E_1 den Relaxationsvorgang, was im nachfolgenden Versuchsverlauf nachlässt.

In den Fällen, in denen der Koeffizient d_3 nicht auf 1,0 gesetzt werden kann, bewirkt er, dass der Burgers-Parameter λ_1 niedrigere Werte annimmt und beschleunigt somit die Relaxation. Dies kann auf eine Korrektur aufgrund des Glättungseffektes zurückgeführt werden.

Bei hohen Temperaturen bewirkt der Koeffizienten d_4 , dass die Werte des Burgers-Parameter λ_1 deutlich fallen und dann im Versuchsverlauf nur leicht steigen. Bei tiefen Temperaturen werden die Werte anfangs deutlich reduziert und steigen im Versuchsverlauf (Abhängigkeit von der Spannung).

Der Schädigungskoeffizient d_5 kann in einem Fall nicht als Korrektur aufgrund des Glättungseffektes interpretiert werden. Seine Werte setzen die Feder E_2 praktisch auf null, so dass der Dämpfer λ_2 den wesentlichen Einfluss auf die Relaxation ausübt. Da dieses Phänomen nur in einem Fall auftritt, wird es hier ohne weitere Interpretation vermerkt.

In den folgenden Abbildungen sind drei Beispiele bei $T = +20\text{ °C}$, $T = \pm 0\text{ °C}$ und $T = -25\text{ °C}$ für die Änderungen der Burgers-Parameter dargestellt.

Für alle Burgers-Parameter ist zu beachten, dass die Darstellung der Werte ohne Schädigung auf dem Basis-Modell beruht. Dieses Modell ist aber nicht in der Lage den korrekten Spannungsverlauf zu beschreiben, so dass die dargestellten Kurvenverläufe nicht die „wahren“ Werte wiedergeben.

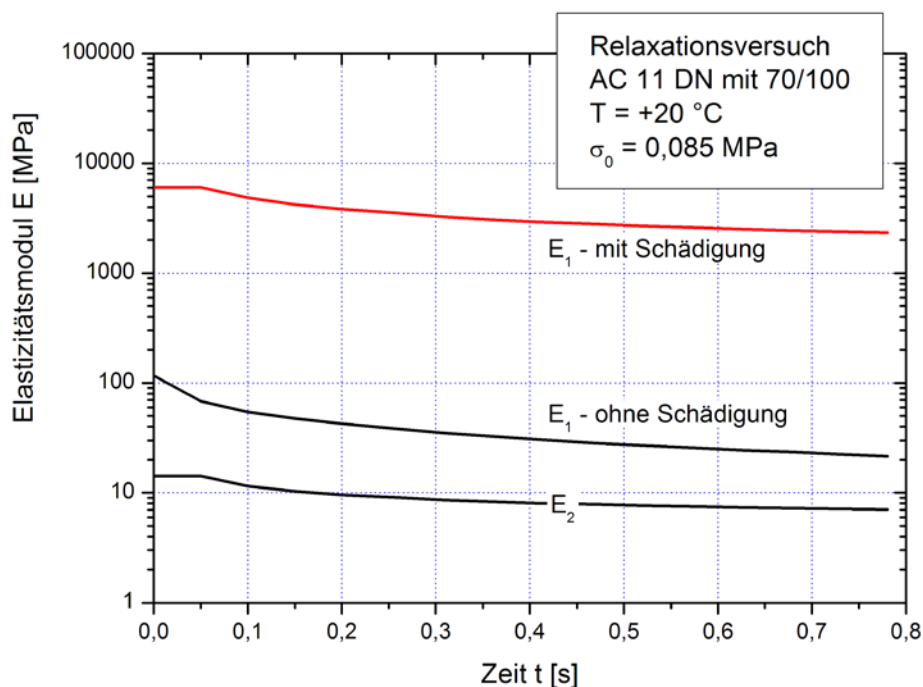


Abbildung 5-28: Relaxationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter E_1 und E_2 über den Versuchsverlauf mit und ohne Schädigung bei $T = +20\text{ °C}$, $\sigma_0 = 0,0854\text{ MPa}$

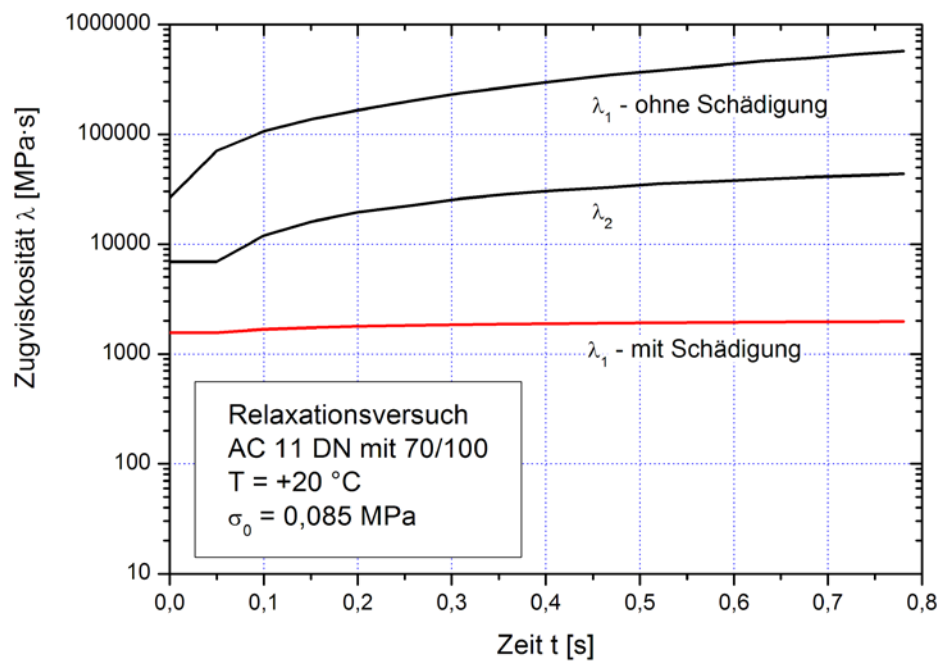


Abbildung 5-29: Relaxationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 über den Versuchsvverlauf mit und ohne Schädigung bei T = +20 °C, $\sigma_0 = 0,0854 \text{ MPa}$

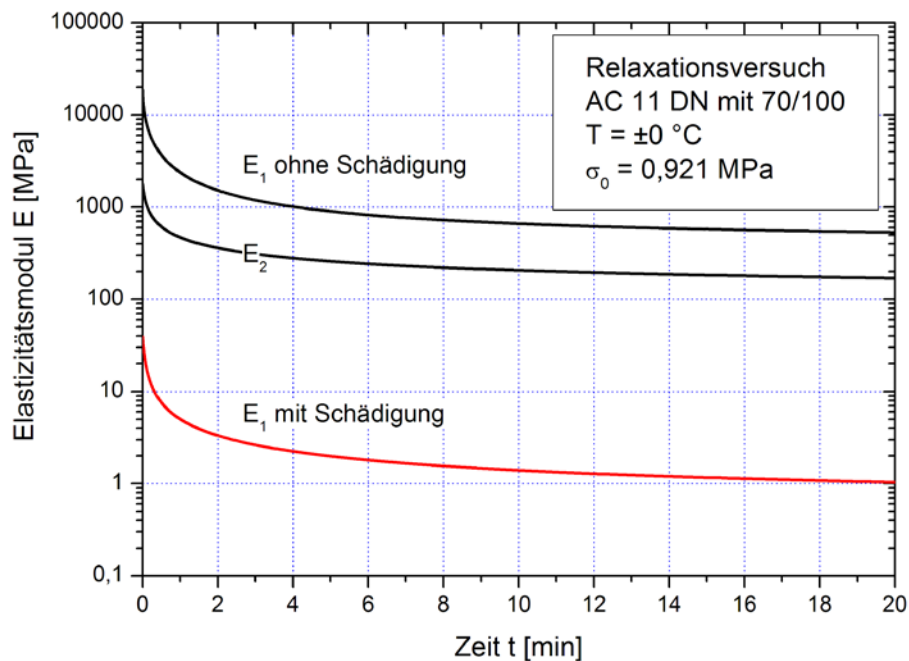


Abbildung 5-30: Relaxationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter E_1 und E_2 über den Versuchverlauf mit und ohne Schädigung bei T = ±0 °C, $\sigma_0 = 0,9213 \text{ MPa}$.

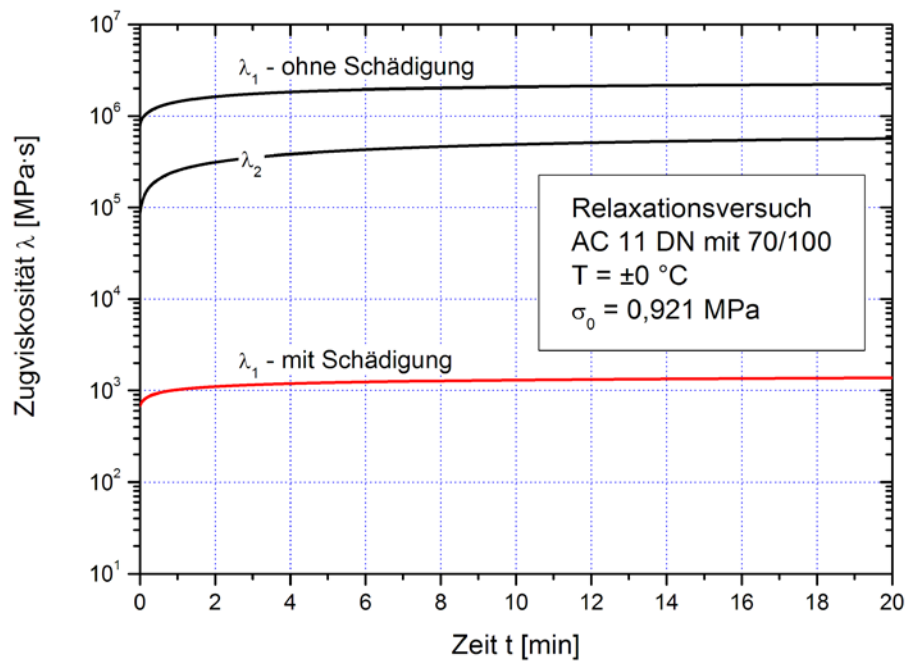


Abbildung 5-31: Relaxationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 über den Versuchverlauf mit und ohne Schädigung bei $T = \pm 0 \text{ } ^\circ\text{C}$, $\sigma_0 = 0,9213 \text{ MPa}$.

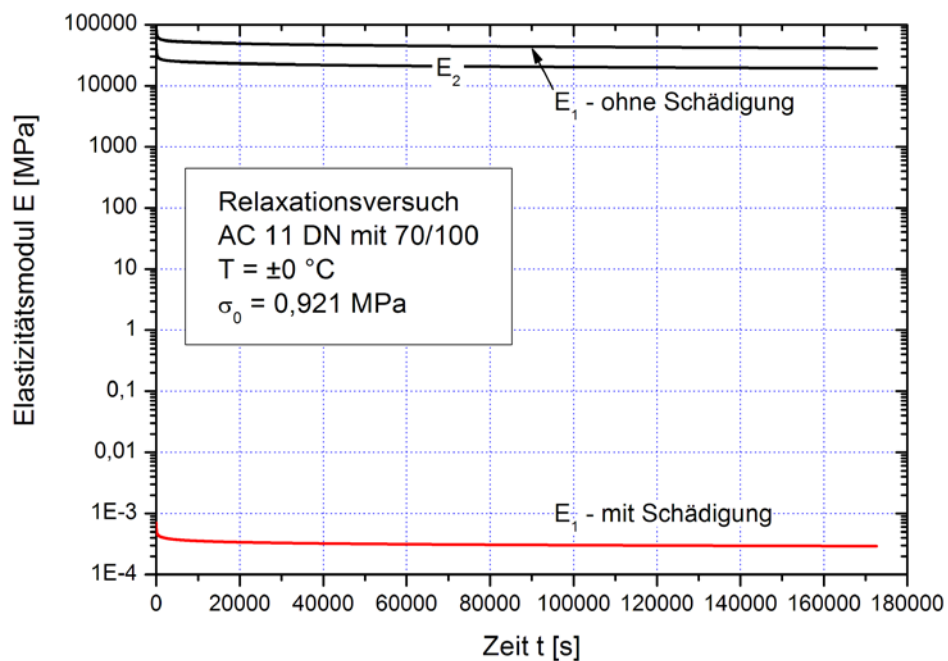


Abbildung 5-32: Relaxationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter über den Versuchverlauf mit und ohne Schädigung bei $T = -25 \text{ } ^\circ\text{C}$, $\sigma_0 = 3,6672 \text{ MPa}$.

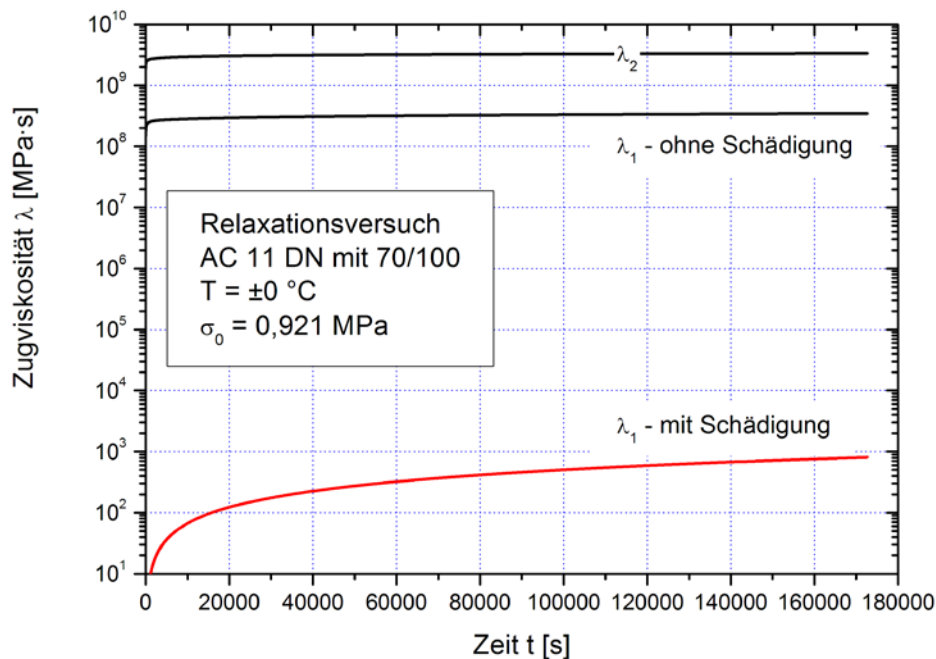


Abbildung 5-33: Relaxationsversuch - Veränderung der Burgers-Parameter über den Versuchverlauf mit und ohne Schädigung bei $T = -25\text{ °C}$, $\sigma_0 = 3,6672\text{ MPa}$.

Bei $T = +20\text{ °C}$ wird der Elastizitätsmodul E_1 stark angehoben. Demgegenüber fällt die Zugviskosität λ_1 deutlich ab. Dies ist nötig, da mit den Werten des Basis-Modells keine ausreichend schnelle Relaxation möglich ist. Man kann somit bei der Zugviskosität von einer Schädigung vor Versuchsbeginn sprechen. Der Anstieg der Elastizitätsmoduln bei hohen Temperaturen stellt ein spezielles Phänomen des Relaxationsversuches dar und kann nur mit einer Art „Verfestigung“ beim Startvorgang erklärt werden.

Im Gegensatz zu $T = +20\text{ °C}$ wird bei $T = \pm 0\text{ °C}$ der Burgers-Parameter E_1 verringert. Weiterhin wird die Zugviskosität λ_1 ebenfalls geringer. Diese Veränderungen bewirken eine schnellere Relaxation, als es mit den Werten des Basis-Modells möglich wäre. Hierbei handelt es sich im Wesentlichen um eine parallele Verschiebung der Parameterverläufe. Dabei treten sowohl eine Korrektur aufgrund des Glättungseffektes auf, als auch eine Schädigung bei Versuchsbeginn. Beide Effekte können nicht voneinander getrennt werden.

Bei tiefen Temperaturen wird der Wert der Feder E_1 drastisch reduziert (Faktor >500.000), während der Wert des Dämpfers λ_1 nur um den Faktor 40.000 bis 50.000 reduziert wird. Diese Reduzierung beider Elemente bewirkt, dass überhaupt eine nennenswerte Relaxation stattfinden kann. Die sehr schwache Feder E_1 übt auf den Dämpfer λ_1 nur eine äußerst geringe

Kraft aus, so dass eine sehr langsame Relaxation stattfindet, die dann praktisch zum Stillstand kommt. Dieser Effekt, insbesondere bei der Feder E_1 kann nur als eine starke Schädigung bei Versuchsstart aufgefasst werden.

Zur Verdeutlichung der Relaxation werden in den Abbildungen 5-34 und 5-39 die Dehnungsanteile der Feder E_1 (elastisch), des Dämpfers λ_1 (viskos) sowie des Voigt-Kelvin-Modells ($E_2 + \lambda_2$ = visko-elastisch) zweier oben angegebener Versuche bei $T = +20\text{ °C}$ und $T = -25\text{ °C}$ dargestellt.

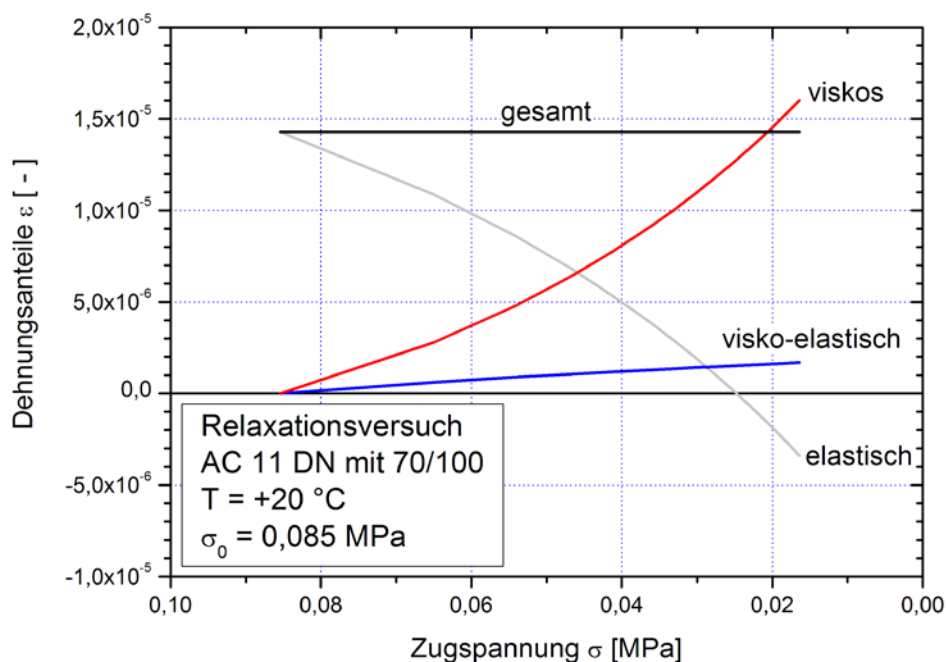


Abbildung 5-34: Relaxationsversuch - Dehnungsanteile der Burgers-Elemente über den Versuchsverlauf an einem ausgewählten Versuch bei $T = +20\text{ °C}$ und $\sigma_0 = 0,085\text{ MPa}$

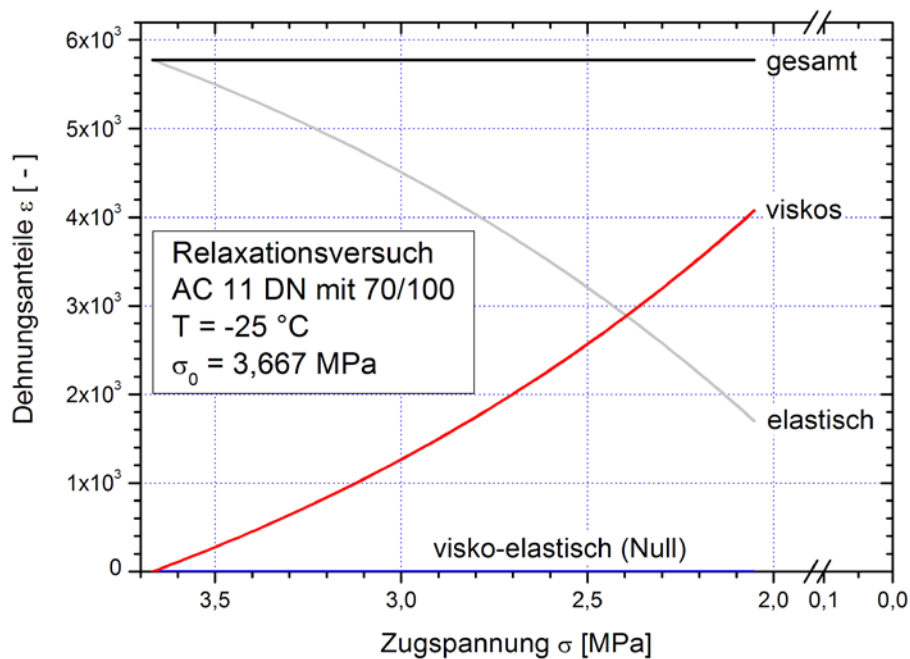


Abbildung 5-35: Relaxationsversuch - Dehnungsanteile der Burgers-Elemente über den Versuchsverlauf an einem ausgewählten Versuch bei $T = -25 \text{ °C}$ und $\sigma_0 = 3,667 \text{ MPa}$

Die angegebenen Diagramme verdeutlichen noch einmal den Relaxationsvorgang. Die singuläre Feder E_1 (elastisch) hat die Dehnung der Startphase übernommen. Der singuläre Dämpfer λ_1 (viskos) gleicht diese Dehnung im Verlauf des Versuches wieder aus. Bei den hohen Prüftemperaturen übernimmt das Voigt-Kelvin-Modell ebenfalls einen Anteil am Ausgleich, während dieser im tiefen Temperaturbereich praktisch entfällt.

Die Unterschreitung der Nulllinie des elastischen Anteils, bzw. Überschreitung der gesamten Dehnung vom viskosen Anteil im Versuch mit $T = +20 \text{ °C}$ kann auf Regressionsungenauigkeiten zurück geführt werden.

Der Relaxationsvorgang wird damit im Wesentlichen von der singulären Feder E_1 und dem Dämpfer λ_1 bestimmt. Der singuläre Dämpfer des Burgers-Modells erfährt bei Versuchsstart eine Schädigung. Demgegenüber erfährt die singuläre Feder E_1 bei hohen Prüftemperaturen eine Art Verfestigung, wird aber mit abnehmender Prüftemperatur ebenfalls bei Versuchsstart geschädigt. Für die Elemente des Voigt-Kelvin-Modells wird keine Schädigung nachgewiesen. Für das Phänomen der Verfestigung konnte hier keine physikalische Erklärung gefunden werden.

5.3 Zugversuche

5.3.1 Modifikation aller Burgers-Parameter

Wie im Beispiel in Kapitel 4.6.3 dargelegt, sollen die vier Burgers-Parameter nach dem folgenden Schema modifiziert werden:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\sigma}, \quad \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\sigma}, \quad E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_5 \cdot d_6^\sigma} \text{ und } \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_7 \cdot d_8^\sigma} \quad \text{Gl. 85}$$

Im Folgenden soll anhand der tabellarischen Darstellung nachgewiesen werden, dass alle durchgeführten Zugversuche mit dieser Modifikation des Burgers-Modells mit hoher Genauigkeit beschrieben werden können.

Bereits in dieser Phase konnten die Koeffizienten d_6 und d_8 ohne Verluste im Bestimmtheitsmaß entfallen (grau hinterlegte Einträge in Tabelle 5-9)

Tabelle 5-9: Zugversuch - Koeffizienten zur Modifikation der Burgers-Parameter bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Ziehgeschwindigkeiten

T [°C]	v [mm/min]	Parameter								FQS r ²	
		E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂			
+20	1,0	d ₁	9,8176·10 ⁻²	d ₃	1,4067·10 ⁻⁴	d ₅	2,6014·10 ⁻¹	d ₇	4,6071·10 ⁻²	2,5801·10 ⁻³	
		d ₂	1,9698·10 ¹³	d ₄	1,9612·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99622	
	0,5	d ₁	1,2267·10 ⁻¹	d ₃	1,1277·10 ⁻³	d ₅	1,3795·10 ⁻¹	d ₇	9,1446·10 ⁻²	6,4273·10 ⁻⁴	
		d ₂	2,7552·10 ¹³	d ₄	1,3803·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99874	
	0,25	d ₁	3,0715·10 ⁻¹	d ₃	1,2700·10 ⁻²	d ₅	1,4963·10 ⁻¹	d ₇	1,7869·10 ⁰	1,1863·10 ⁻³	
		d ₂	3,9302·10 ¹³	d ₄	1,2103·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99820	
	0,125	d ₁	6,0810·10 ⁻¹	d ₃	1,3576·10 ⁻¹	d ₅	2,9848·10 ⁻¹	d ₇	5,1576·10 ⁰	9,4830·10 ⁻⁴	
		d ₂	5,1828·10 ¹³	d ₄	6,2137·10 ¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99558	
	+5	1,0	d ₁	3,9048·10 ⁻²	d ₃	5,3227·10 ⁻³	d ₅	5,1610·10 ¹	d ₇	2,6895·10 ⁻⁶	3,8452·10 ⁻²
			d ₂	2,2805·10 ³	d ₄	3,1919·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99885
		0,5	d ₁	4,3066·10 ⁻²	d ₃	8,6212·10 ⁻¹	d ₅	1,3465·10 ¹	d ₇	6,8459·10 ⁻⁵	1,2159·10-2
			d ₂	3,0645·10 ³	d ₄	4,2921·10 ⁻¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99940
0,25		d ₁	6,0404·10 ⁻²	d ₃	7,4196·10 ⁻¹	d ₅	1,3436·10 ¹	d ₇	2,5535·10 ⁻⁴	1,8451·10-2	
		d ₂	5,7146·10 ³	d ₄	6,2935·10 ⁻¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99961	
0,125		d ₁	8,2729·10 ⁻²	d ₃	8,5650·10 ⁻¹	d ₅	9,3869·10 ⁻¹	d ₇	9,7200·10 ⁻²	9,6407·10-3	
		d ₂	1,3236·10 ⁴	d ₄	1,2382·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99964	

Fortsetzung Tabelle 5-9

-10	1,0	d ₁	1,0610·10 ⁻¹	d ₃	5,3843·10 ⁻²	d ₅	6,6007·10 ⁻¹	d ₇	8,1085·10 ⁻¹	3,1635·10 ⁻² 0,99940
		d ₂	7,7903·10 ⁰	d ₄	2,4627·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	
	0,5	d ₁	1,1993·10 ⁻¹	d ₃	5,2264·10 ⁻²	d ₅	9,4332·10 ⁻¹	d ₇	5,2074·10 ⁻¹	2,7425·10 ⁻¹ 0,99829
		d ₂	8,3173·10 ⁰	d ₄	1,9878·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	
	0,25	d ₁	1,1201·10 ⁻¹	d ₃	1,1539·10 ⁻²	d ₅	8,4004·10 ⁻¹	d ₇	2,2796·10 ⁻¹	1,3733·10 ⁻¹ 0,99901
		d ₂	9,5710·10 ⁰	d ₄	1,9755·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	
	0,125	d ₁	1,5063·10 ⁻¹	d ₃	1,3798·10 ⁻¹	d ₅	4,2904·10 ³	d ₇	3,7097·10 ⁻²	5,4788·10 ⁻² 0,99974
		d ₂	9,6088·10 ⁰	d ₄	1,4797·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	
-25	1,0	d ₁	5,3794·10 ⁻¹	d ₃	1,2470·10 ⁰	d ₅	4,2906·10 ³	d ₇	3,4106·10 ⁻¹	1,7489·10 ⁻¹ 0,98832
		d ₂	1,5977·10 ⁰	d ₄	1,3386·10 ²	d ₆	1	d ₈	1	
	0,5	d ₁	7,1849·10 ⁻¹	d ₃	1,9523·10 ²	d ₅	4,2761·10 ³	d ₇	4,6585·10 ⁻¹	2,9889·10 ⁻¹ 0,99638
		d ₂	1,5277·10 ⁰	d ₄	3,5334·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	
	0,25	d ₁	6,4034·10 ⁻¹	d ₃	1,9572·10 ²	d ₅	4,2773·10 ³	d ₇	6,8558·10 ⁻¹	2,9650·10 ⁻¹ 0,99781
		d ₂	1,6151·10 ⁰	d ₄	2,8855·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	
	0,125	d ₁	4,7291·10 ⁻¹	d ₃	1,0799·10 ⁻³	d ₅	4,2755·10 ³	d ₇	1,0977·10 ⁻¹	2,9986·10 ⁻¹ 0,99801
		d ₂	1,8816·10 ⁰	d ₄	6,8573·10 ⁻¹	d ₆	1	d ₈	1	

Die Bestimmtheitsmaße r^2 der Tabelle 5-9 liegen einheitlich über 0,988 und zeigen damit eine ausgezeichnete Anpassung an die gemessenen Daten.

Im Weiteren soll untersucht werden, ob ein Wegfall oder Konstant Setzen der Koeffizienten d_1 bis d_7 möglich ist, ohne das Bestimmtheitsmaß zu verringern.

5.3.2 Reduzierung der Koeffizienten

Um eine bessere Übersicht zur Reduzierung der Koeffizienten zu erhalten, werden in den folgenden Abbildungen 5-36 bis 5-41 die Koeffizienten für den entsprechenden Burgers-Parameter dargestellt.

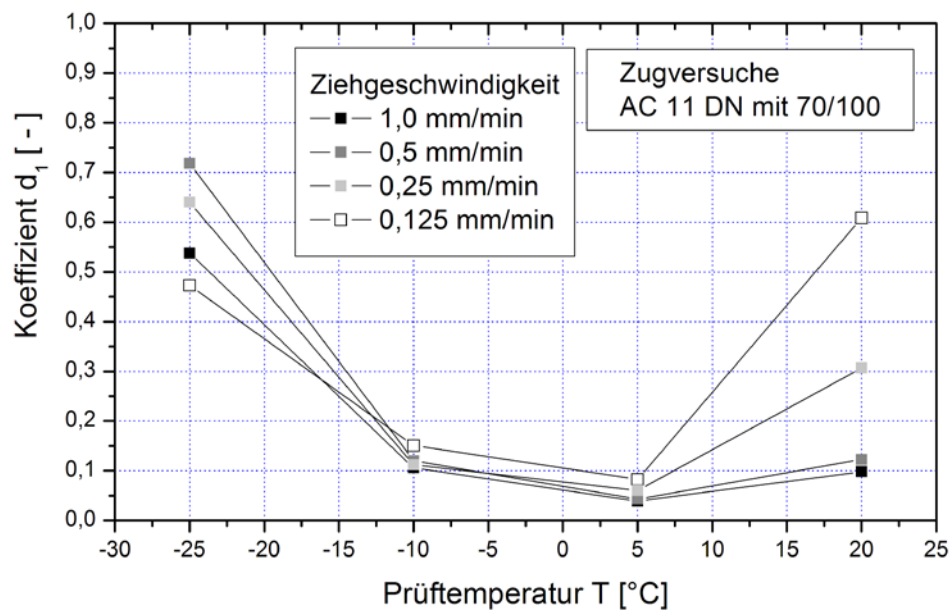


Abbildung 5-36: Zugversuch - Koeffizient d_1 zur Modifikation des Parameters E_1 des Burgers-Modells bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Ziehgeschwindigkeiten

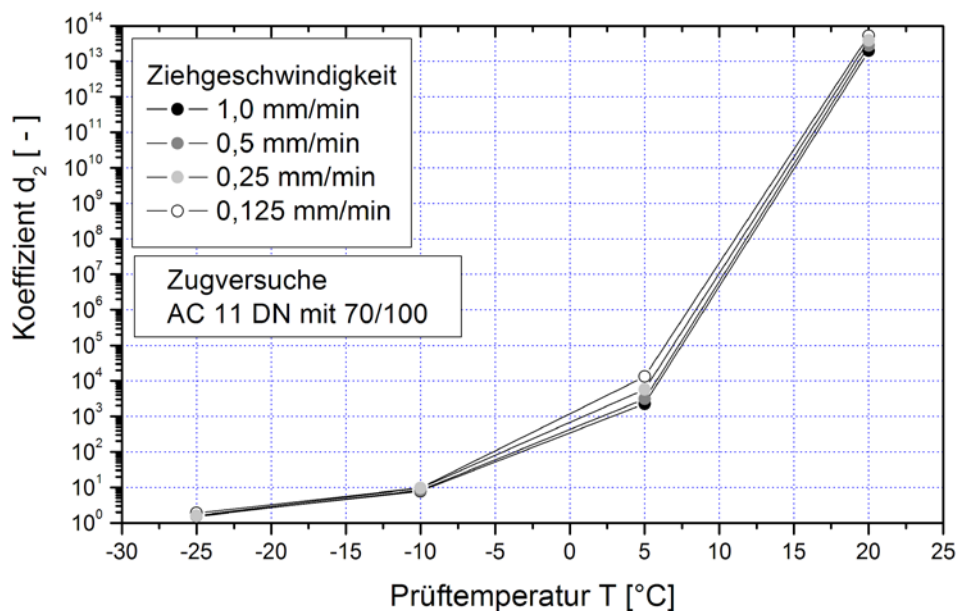


Abbildung 5-37: Zugversuch - Koeffizient d_2 zur Modifikation des Parameters E_1 des Burgers-Modells bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Ziehgeschwindigkeiten

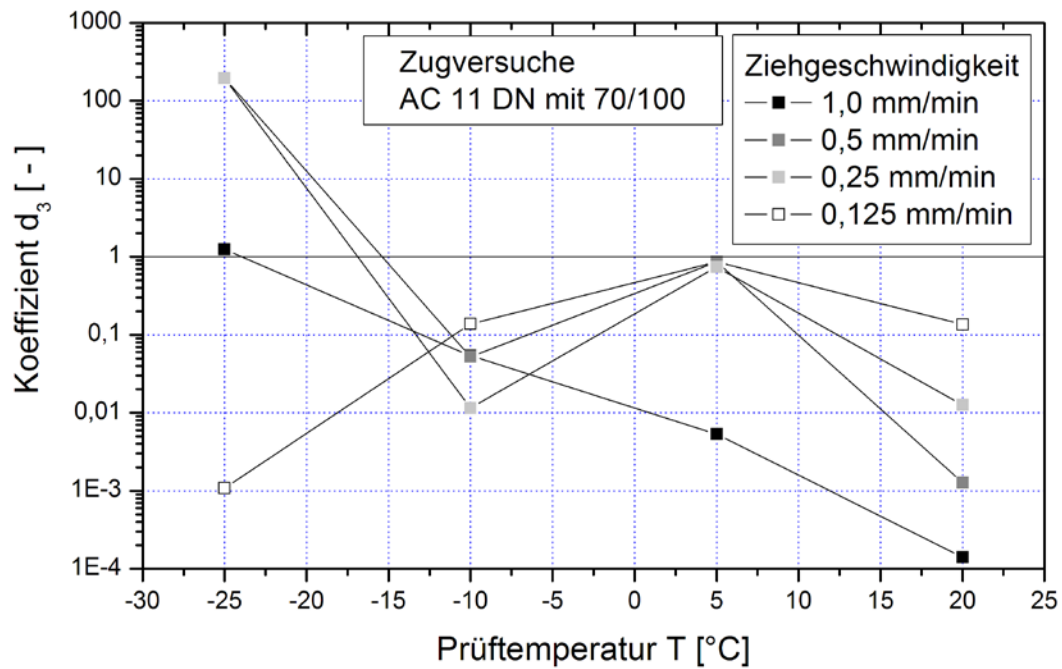


Abbildung 5-38: Zugversuch - Koeffizient d_3 zur Modifikation des Parameters λ_1 des Burgers-Modells bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Ziehgeschwindigkeiten

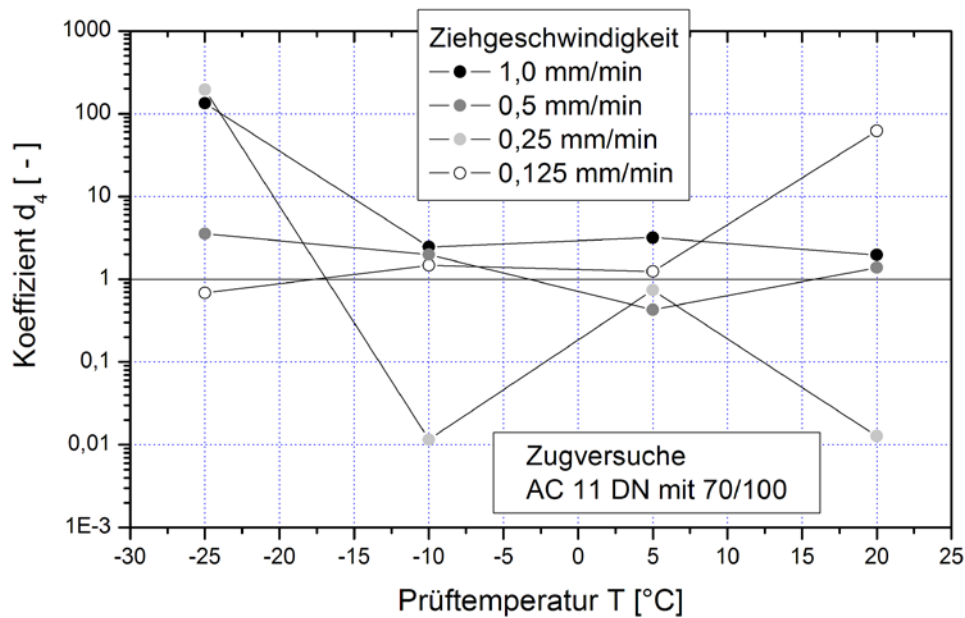


Abbildung 5-39: Zugversuch - Koeffizient d_4 zur Modifikation des Parameters λ_1 des Burgers-Modells bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Ziehgeschwindigkeiten

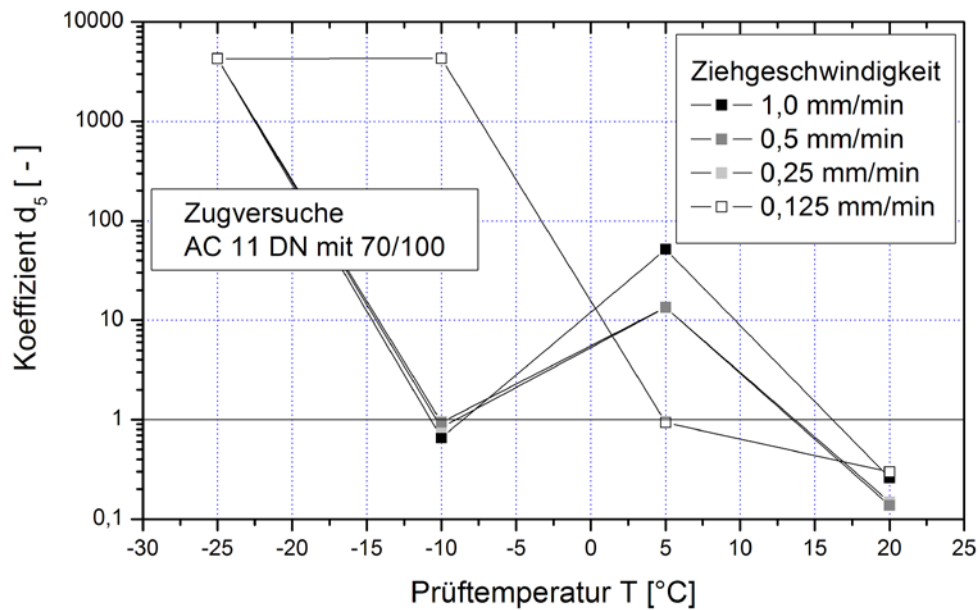


Abbildung 5-40: Zugversuch - Koeffizient d_5 zur Modifikation des Parameters E_2 des Burgers-Modells bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Ziehgeschwindigkeiten

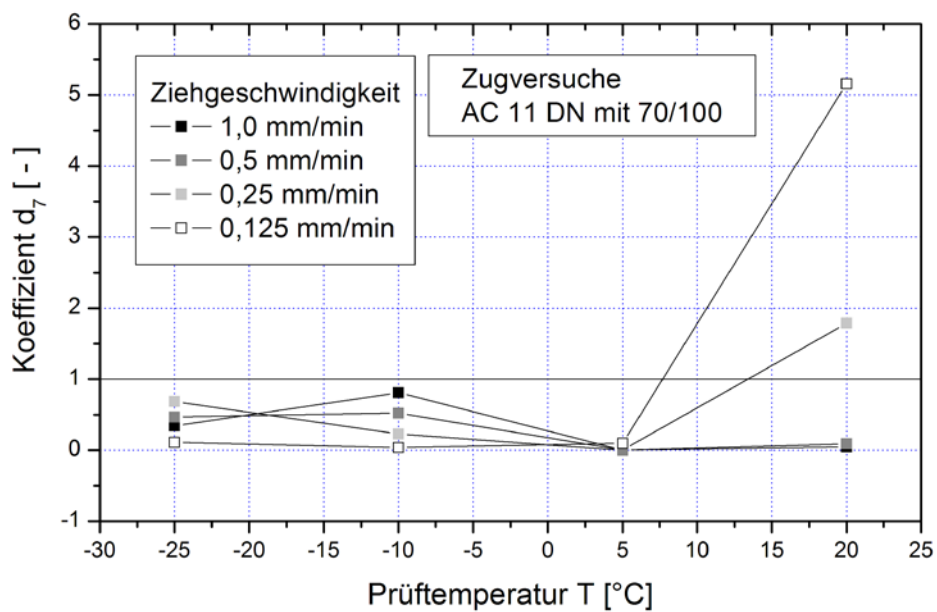


Abbildung 5-41: Zugversuch - Koeffizient d_7 zur Modifikation des Parameters λ_2 des Burgers-Modells bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Ziehgeschwindigkeiten

Die in den Abbildungen 5-36 bis 5-41 dargestellten Koeffizienten werden zunächst visuell daraufhin überprüft, ob sich deren Anzahl ohne Beeinträchtigung der Güte der Anpassungen reduzieren lässt.

Fallen die Werte der Koeffizienten d_1 oder d_2 auf den Wert 1,0 so bewirkt der entsprechende Koeffizient keine Veränderung und er kann entfallen. Diese Aussagen gelten analog für die weiteren Koeffizienten d_3 bis d_8 .

Die Abbildungen 5-36 bis 5-41 lassen keine einfache Reduktion nach dem obigen Schema erkennen.

Weil kein weiterer Koeffizient entfallen kann, soll untersucht werden, ob Koeffizienten bezüglich der Prüftemperatur und / oder der Ziehgeschwindigkeit konstant gesetzt werden können.

Für die Koeffizienten d_1 und d_7 , deren Werte durch den jeweiligen Mittelwert aller ermittelten Ergebnisse ersetzt werden können, gelingt dies nicht.

Es wird zunächst untersucht, ob bei einigen Koeffizienten eine Abhängigkeit von der Ziehgeschwindigkeit besteht. Die Koeffizienten d_1 und d_6 sollten zumindest für jede Prüftemperatur, d.h. unabhängig von der Ziehgeschwindigkeit, einen konstanten Wert annehmen.

Das Ergebnis der damit durchgeführten Regressionen ist, dass der Koeffizient d_6 für alle Prüfbedingungen auf den konstanten Wert 0,01 (Schätzwert) gesetzt werden kann. Der Koeffizient d_1 kann abhängig von der Prüftemperatur konstant gesetzt werden.

Der Koeffizient d_5 weist anhand der bisher durchgeführten Regressionen weiteres Reduzierungs-Potential auf. Zumindest für die Prüftemperaturen $T = +20\text{ °C}$, $T = -10\text{ °C}$ und $T = -25\text{ °C}$ wird der Koeffizient konstant gesetzt. Für die Prüftemperatur $T = +5\text{ °C}$ kann keine Systematik erkannt werden, so dass überprüft wird, ob ein konstanter Wert gefunden werden kann. Ergebnis der Regressionen ist, dass der Koeffizient d_5 - wie auch Koeffizient d_1 - abhängig von der Prüftemperatur, jedoch unabhängig von der Ziehgeschwindigkeit angegeben werden kann.

Die ermittelten Koeffizienten sind in der folgenden Tabelle 5-10 dargestellt. Alle Koeffizienten, die konstant gehalten werden bzw. entfallen können, sind grau hinterlegt.

Tabelle 5-10: Zugversuch - Reduzierte Koeffizienten zur Modifikation der Burgers-Parameter bei unterschiedlichen Prüftemperaturen und Ziehgeschwindigkeiten

T [°C]	v [mm/min]	Parameter								FQS r ²	
		E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂			
+20 °C	1,0 mm/min	d ₁	1,5000·10 ⁻¹	d ₃	2,5782·10 ⁻⁴	d ₅	5,8591·10 ⁻¹	d ₇	2,6157·10 ⁻²	1,3154·10 ⁻²	
		d ₂	9,2625·10 ¹¹	d ₄	1,1771·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,98075	
	0,5 mm/min	d ₁	1,5000·10 ⁻¹	d ₃	1,4576·10 ⁻³	d ₅	1,8921·10 ⁻¹	d ₇	4,9893·10 ⁻²	2,5810·10 ⁻³	
		d ₂	5,4064·10 ¹²	d ₄	1,1771·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99493	
	0,25 mm/min	d ₁	1,5000·10 ⁻¹	d ₃	6,7152·10 ⁻⁴	d ₅	3,3682·10 ⁻¹	d ₇	4,7842·10 ⁰	6,7053·10 ⁻³	
		d ₂	1,1008·10 ¹⁶	d ₄	1,1771·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,98983	
	0,125 mm/min	d ₁	1,5000·10 ⁻¹	d ₃	8,2416·10 ⁻⁴	d ₅	6,2340·10 ⁻¹	d ₇	2,4352·10 ¹	5,4698·10 ⁻⁴	
		d ₂	5,2215·10 ²⁰	d ₄	1,1771·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99745	
	+5 °C	1,0 mm/min	d ₁	5,6300·10 ⁻²	d ₃	1,1623·10 ⁻¹	d ₅	5,5418·10 ¹	d ₇	9,0136·10 ⁻⁴	3,7048·10 ⁻¹
			d ₂	1,5190·10 ³	d ₄	9,6164·10 ⁻¹	d ₆	1	d ₈	1	0,98889
0,5 mm/min		d ₁	5,6300·10 ⁻²	d ₃	2,4457·10 ⁻¹	d ₅	7,8412·10 ⁰	d ₇	3,5985·10 ⁻³	9,0069·10 ⁻²	
		d ₂	2,1930·10 ³	d ₄	9,6164·10 ⁻¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99558	
0,25 mm/min		d ₁	5,6300·10 ⁻²	d ₃	3,5911·10 ⁻¹	d ₅	2,1333·10 ⁰	d ₇	1,2783·10 ⁻⁴	2,0136·10 ⁻²	
		d ₂	6,6303·10 ³	d ₄	9,6164·10 ⁻¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99958	
0,125 mm/min		d ₁	5,6300·10 ⁻²	d ₃	3,9928·10 ⁻²	d ₅	6,3775·10 ⁰	d ₇	1,2503·10 ⁻³	2,2629·10 ⁻²	
		d ₂	5,1381·10 ⁴	d ₄	9,6164·10 ⁻¹	d ₆	1	d ₈	1	0,99915	
-10 °C		1,0 mm/min	d ₁	1,2330·10 ⁻¹	d ₃	5,5238·10 ⁰	d ₅	1,1842·10 ⁵	d ₇	5,1931·10 ⁻¹	1,3528·10 ⁻¹
			d ₂	7,0381·10 ⁰	d ₄	1,0440·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99745
	0,5 mm/min	d ₁	1,2330·10 ⁻¹	d ₃	1,3644·10 ⁰	d ₅	1,1846·10 ⁵	d ₇	4,0392·10 ⁻³	2,6231·10 ⁻¹	
		d ₂	8,2025·10 ⁰	d ₄	1,0440·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99837	
	0,25 mm/min	d ₁	1,2330·10 ⁻¹	d ₃	6,5227·10 ⁻¹	d ₅	1,1846·10 ⁵	d ₇	1,6718·10 ⁻³	1,5182·10 ⁻¹	
		d ₂	9,1323·10 ⁰	d ₄	1,0440·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99890	
	0,125 mm/min	d ₁	1,2330·10 ⁻¹	d ₃	1,5060·10 ⁻²	d ₅	1,1842·10 ⁵	d ₇	2,5996·10 ⁻¹	6,4065·10 ⁻¹	
		d ₂	1,0513·10 ¹	d ₄	1,0440·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99693	
	-25 °C	1,0 mm/min	d ₁	5,9230·10 ⁻¹	d ₃	1,8980·10 ⁵	d ₅	1,4808·10 ⁻¹	d ₇	6,6606·10 ⁵	1,9509·10 ⁻¹
			d ₂	1,2871·10 ⁰	d ₄	1,2429·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,98697
0,5 mm/min		d ₁	5,9230·10 ⁻¹	d ₃	3,4590·10 ²	d ₅	4,8379·10 ⁻²	d ₇	9,8665·10 ⁵	5,5256·10 ⁻¹	
		d ₂	1,7362·10 ⁰	d ₄	1,2429·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99332	
0,25 mm/min		d ₁	5,9230·10 ⁻¹	d ₃	9,7458·10 ²	d ₅	3,8237·10 ⁻²	d ₇	9,8338·10 ⁵	3,7203·10 ⁻¹	
		d ₂	1,6965·10 ⁰	d ₄	1,2429·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99725	
0,125 mm/min		d ₁	5,9230·10 ⁻¹	d ₃	3,7753·10 ³	d ₅	6,3033·10 ⁻¹	d ₇	2,9249·10 ⁵	6,8170·10 ⁻¹	
		d ₂	1,3873·10 ⁰	d ₄	1,2429·10 ⁰	d ₆	1	d ₈	1	0,99547	

5.3.3 Interpretation der Koeffizienten

Wie in Abbildung 4-10 dargestellt, bewirkt das Basis-Modell keinen qualitativ plausiblen Kurvenverlauf. Vor diesem Hintergrund ist es erfreulich, dass die resultierende Tabelle 5-10 zeigt, dass vier von acht Koeffizienten konstant gesetzt werden können, zwei davon können sogar ganz entfallen.

Analog zum Retardations- und Relaxationsversuch kann die Aussage getroffen werden:

Die Koeffizienten d_1 , d_3 , d_7 und d_7 bewirken im Wesentlichen eine konstante Veränderung des jeweiligen Burgers-Parameters über den Versuchsverlauf. Dies kann einer Korrektur aufgrund des Glättungseffektes beim Basis-Modell zugeschrieben werden.

Eine Veränderung aufgrund der im Versuchsablauf eintretenden Spannungsänderungen bewirken die Koeffizienten d_2 , d_4 , d_6 sowie d_8 .

In den folgenden Abbildungen sind die nicht-konstanten Koeffizienten d_2 , d_3 , d_5 und d_7 in Abhängigkeit von der Prüftemperatur und der Ziehgeschwindigkeit dargestellt.

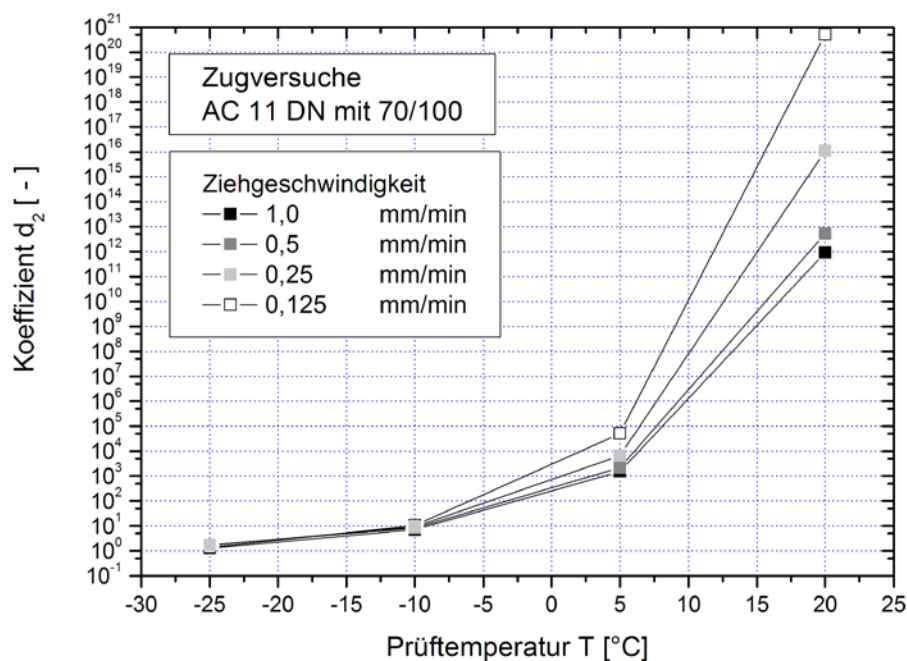


Abbildung 5-42: Zugversuch - Koeffizient d_2 , welcher auf den Burgers-Parameter E_1 einwirkt, in Abhängigkeit von der Prüftemperatur und der Ziehgeschwindigkeit

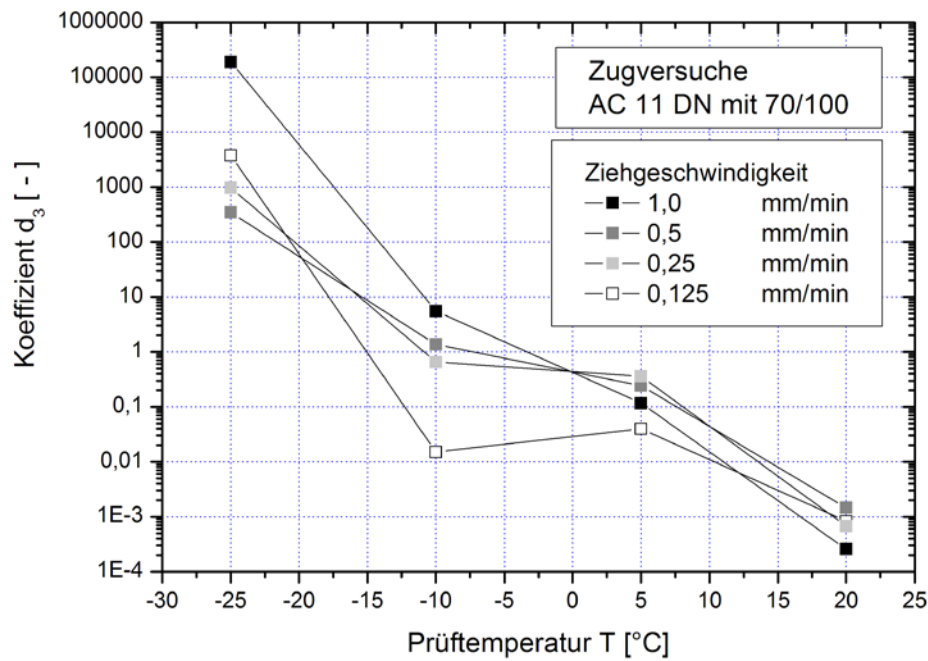


Abbildung 5-43: Zugversuch - Koeffizient d_3 , welcher auf den Burgers-Parameter λ_1 einwirkt, in Abhängigkeit von der Prüf­temperatur und Ziehgeschwindigkeit

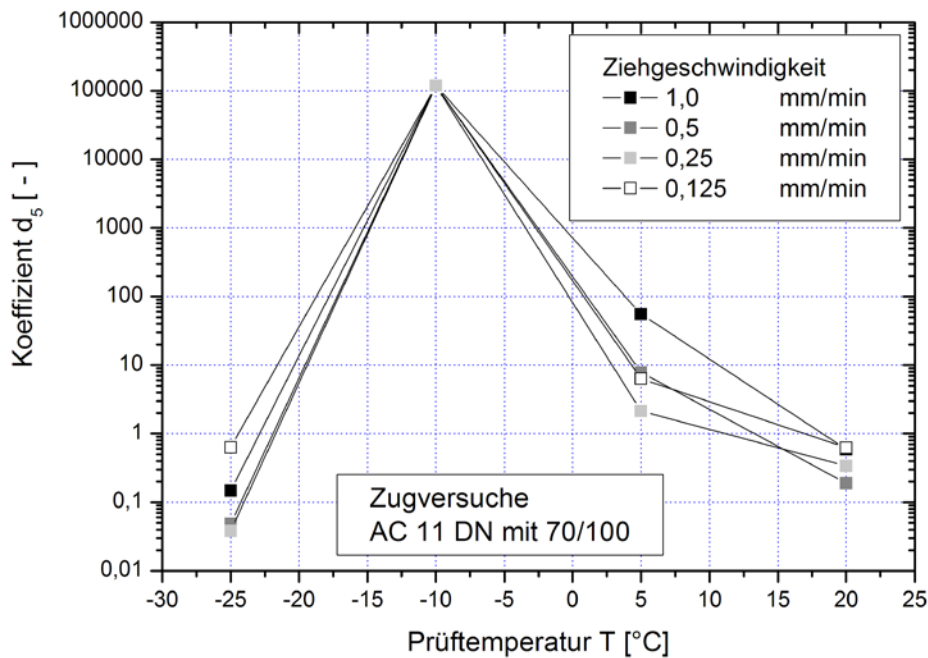


Abbildung 5-44: Zugversuch - Koeffizient d_5 , welcher auf den Burgers-Parameter E_2 einwirkt, in Abhängigkeit von der Prüf­temperatur und Ziehgeschwindigkeit

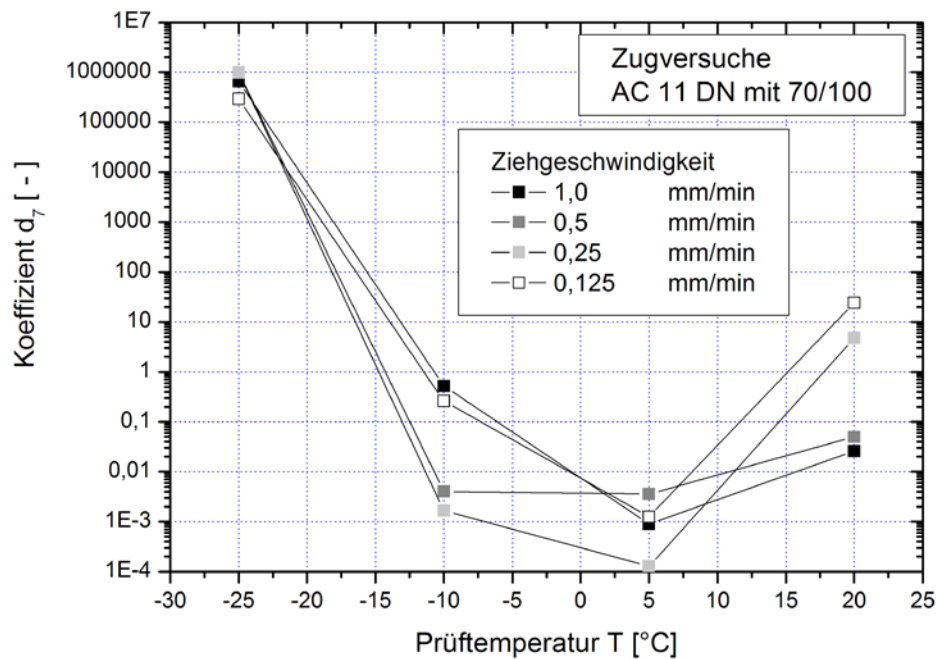


Abbildung 5-45: Zugversuch - Koeffizient d_7 , welcher auf den Burgers-Parameter λ_2 einwirkt, in Abhängigkeit von der Prüf­temperatur und Ziehgeschwindigkeit

Der Koeffizient d_2 zeigt bei hohen Temperaturen eine deutliche Abhängigkeit von der Ziehgeschwindigkeit, während eine solche bei tiefen Temperaturen kaum erkennbar ist. Weiterhin weist d_2 eine starke Abhängigkeit von der Prüf­temperatur auf. Bei tiefen Temperaturen ist keine Abhängigkeit erkennbar, während diese aber mit zunehmender Prüf­temperatur exponentiell ansteigt.

Da der Koeffizient d_1 für die festgelegten Ziehgeschwindigkeiten und bei gleicher Prüf­temperatur konstant bleibt, bewirkt d_2 , dass bei hohen Temperaturen der E-Modul E_1 bei steigender Spannung überproportional abnimmt. Bei tiefen Temperaturen lässt der Einfluss von d_2 auf E_1 nach und es wirkt überwiegend der konstante Koeffizient d_1 . Neben dem Einfluss der Prüf­temperatur bewirkt d_2 bei langsamen Ziehgeschwindigkeiten einen stärkeren Abfall des Elastizitätsmoduls E_1 .

Der Koeffizient d_3 nimmt mit sinkender Prüf­temperatur überproportional zu. Der Koeffizient d_4 ist unabhängig von der Ziehgeschwindigkeit, jedoch nicht von der Prüf­temperatur. Der Koeffizient d_3 beeinflusst den Burgers-Parameter λ_1 derart, dass die Zugviskosität bei Temperaturen $> \pm 0$ °C steigt und bei tiefen Temperaturen stark vermindert wird. Der Koeffizient d_3 sollte zwar überwiegend den Glättungseffekt korrigieren, die hier auftretenden Veränderun-

gen lassen jedoch auf eine zunehmende Schädigungsanfälligkeit des Parameters λ_1 bei tiefen Temperaturen schließen.

Die Werte des Koeffizienten d_5 zeigen, dass diese mit fallender Prüftemperatur exponentiell steigen, um etwa bei $T = -10\text{ °C}$ ein Maximum zu erreichen und dann wieder deutlich zu fallen. Da der Koeffizient d_6 entfallen kann, beeinflusst nur der Koeffizient d_5 den Burgers-Parameter E_2 . Bei der Prüftemperatur $T = +20\text{ °C}$ weist er Werte zwischen 0,1 und 1 auf, so dass der E-Modul E_2 steigt. Bei $T = +5\text{ °C}$ und $T = -10\text{ °C}$ weist er Werte zum Teil bis 10^5 auf und vermindert damit den E-Modul E_2 teils sehr stark. Bei $T = -25\text{ °C}$ fallen die Werte wieder unter 1, so dass E_2 zunimmt. Dieses sehr unterschiedliche Verhalten lässt größtenteils auf einen Ausgleich aufgrund des Glättungseffektes schließen. Der Anstieg bei $T = -10\text{ °C}$ kann jedoch auch als erhöhte Schädigungsanfälligkeit interpretiert werden.

Der Burgers-Parameter λ_2 wird nur durch den Koeffizienten d_7 beeinflusst, da der Koeffizient d_8 entfallen kann. Der Koeffizient d_7 zeigt, wie auch Koeffizient d_5 , ein differenziertes Verhalten. Bei $T = -25\text{ °C}$ weist er sehr hohe Werte auf, so dass der Burgers-Parameter λ_2 stark verringert wird. Hier kann wiederum eine erhöhte Schädigungsanfälligkeit interpretiert werden. Bei $T = -10\text{ °C}$ und $T = +5\text{ °C}$ sinken seine Werte unter 1, so dass λ_2 bis zu einem Faktor von 100 erhöht wird. Bei $T = +20\text{ °C}$ erfolgt eine Anhebung von λ_2 für die beiden schnellen Ziehgeschwindigkeiten und ein Absenken von λ_2 für die langsamen Ziehgeschwindigkeiten um einen Faktor von bis zu 50.

Da die beiden Burgers-Parameter E_2 und λ_2 parallel geschaltet sind, ergibt sich in Folge der Koeffizienten bei hohen Temperaturen kein deutlicher Einfluss (Glättungseffekt). Bei $T = -10\text{ °C}$ wirkt dagegen primär der Dämpfer λ_2 (Viskosität), während bei $T = -25\text{ °C}$ primär die Feder E_2 (Elastizität) wirkt.

Um das Verhalten der Koeffizienten zu verdeutlichen sind in den Abbildungen 5-46 und 5-47 die Veränderungen der Burgers-Parameter aufgrund der Modifikation bzw. Schädigung während eines Versuches bei $T = +20\text{ °C}$, in den Abbildungen 5-48 und 5-49 die Veränderungen bei $T = -10\text{ °C}$ und in den Abbildungen 5-50 und 5-51 die Veränderungen bei $T = -25\text{ °C}$ dargestellt.

Für alle Burgers-Parameter ist zu beachten, dass die Darstellung der Werte ohne Schädigung auf dem Basis-Modell beruht. Dieses Modell ist aber nicht in der Lage den korrekten Span-

nungsverlauf zu beschreiben, so dass die dargestellten Kurvenverläufe nicht die „wahren“ Werte wiedergeben.

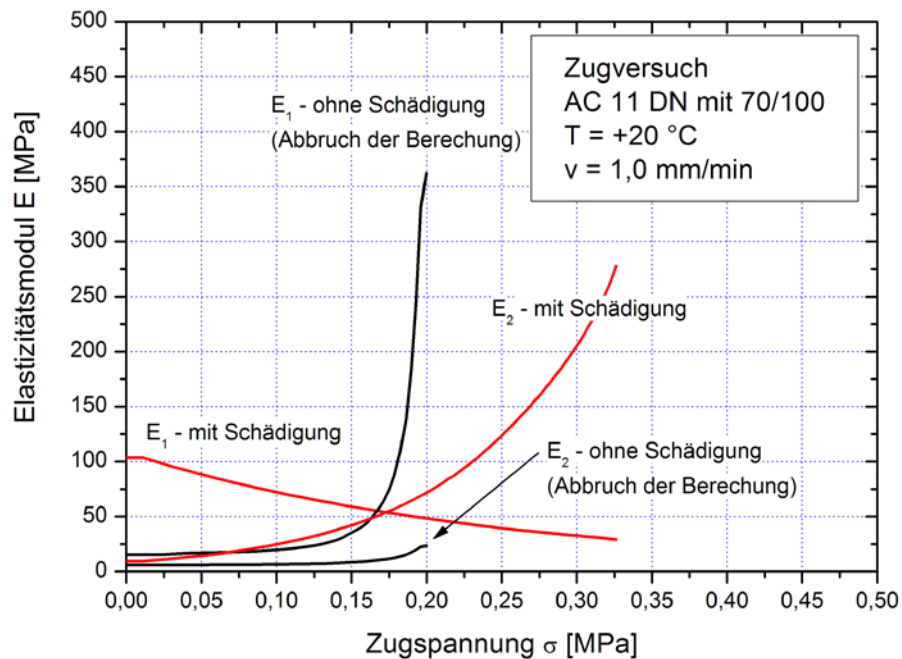


Abbildung 5-46: Zugversuch - Veränderung der Burgers-Parameter E_1 und E_2 mit und ohne Schädigung bei T = +20 °C für die Ziehgeschwindigkeit v = 1,0 mm/min

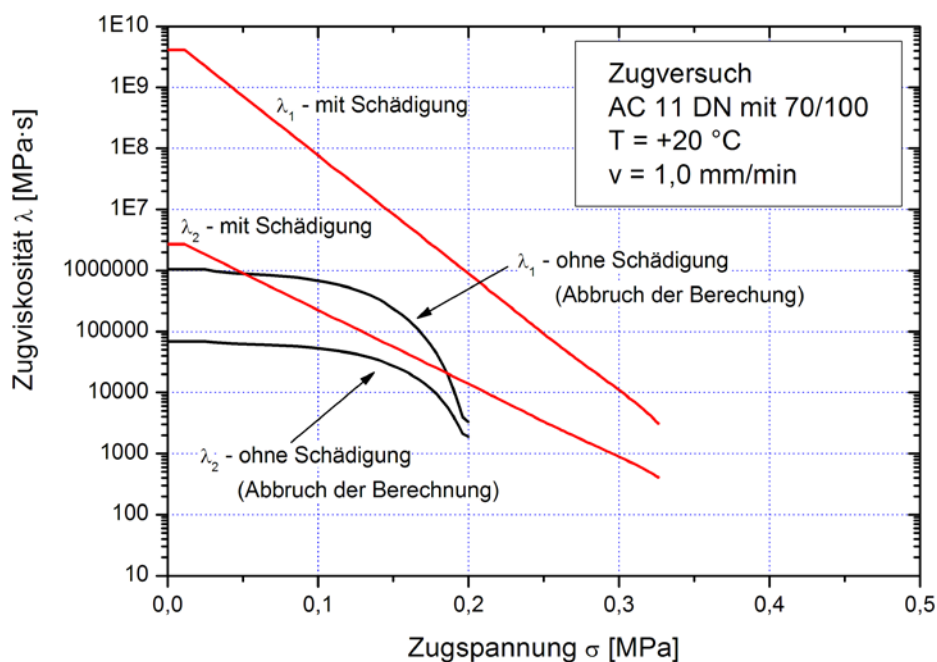


Abbildung 5-47: Zugversuch - Veränderung der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 mit und ohne Schädigung bei T = +20 °C für die Ziehgeschwindigkeit v = 1,0 mm/min

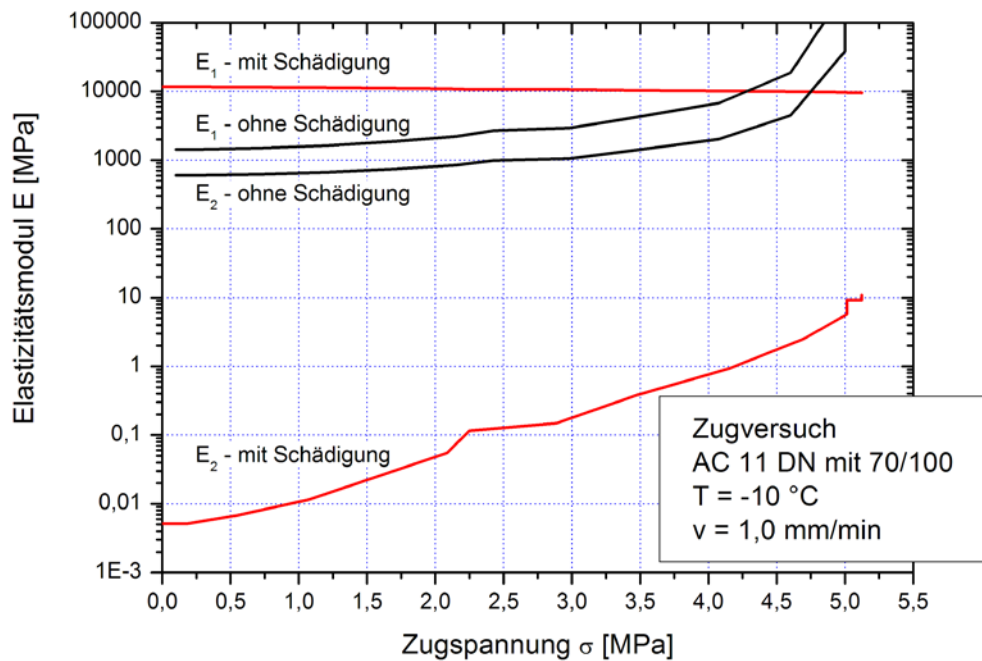


Abbildung 5-48: Zugversuch - Veränderung der Burgers-Parameter E_1 und E_2 mit und ohne Schädigung bei $T = -10\text{ °C}$ für die Ziehgeschwindigkeit $v = 1,0\text{ mm/min}$

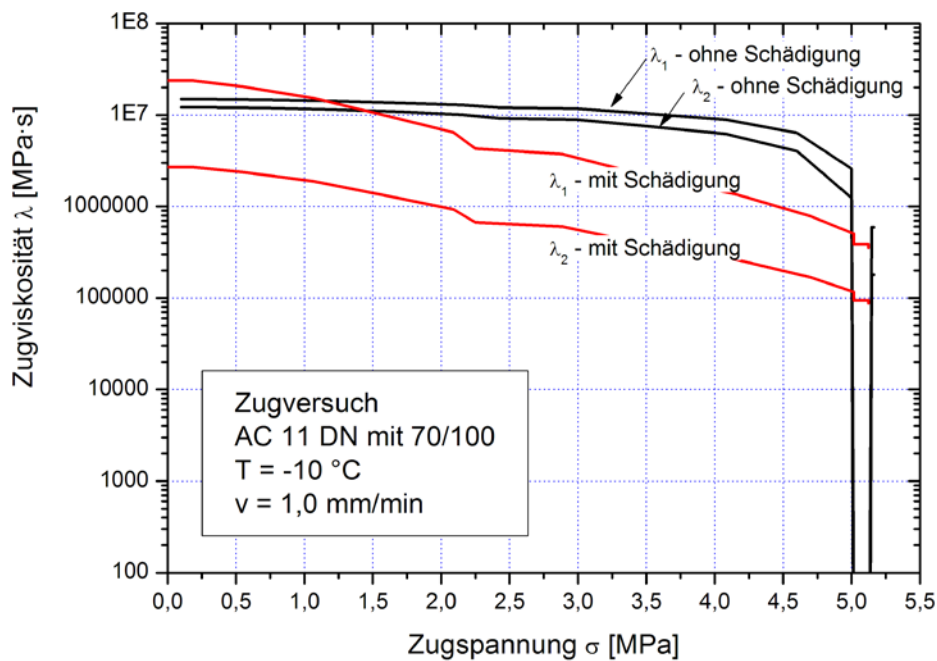


Abbildung 5-49: Zugversuch - Veränderung der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 mit und ohne Schädigung bei $T = -10\text{ °C}$ für die Ziehgeschwindigkeit $v = 1,0\text{ mm/min}$

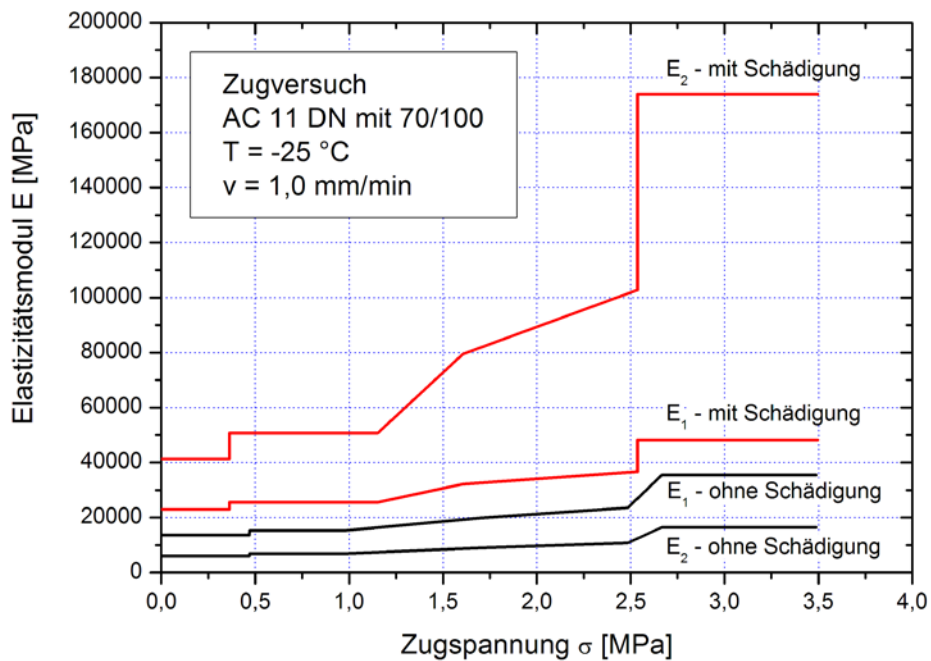


Abbildung 5-50: Zugversuch - Veränderung der Burgers-Parameter E_1 und E_2 mit und ohne Schädigung bei T = -25 °C für die Ziehgeschwindigkeit v = 1,0 mm/min

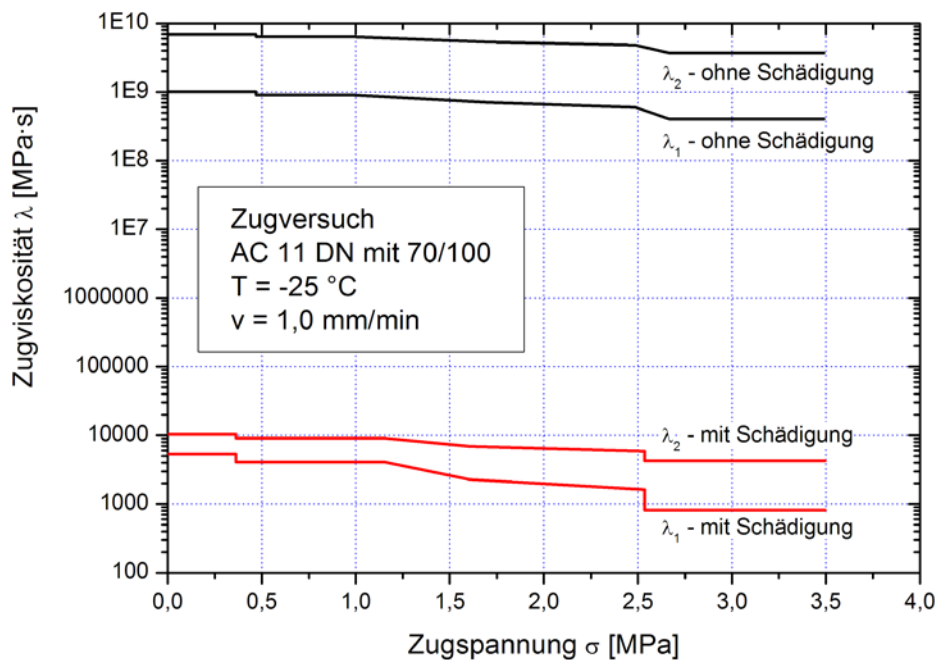


Abbildung 5-51: Zugversuch - Veränderung der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 mit und ohne Schädigung bei T = -25 °C für die Ziehgeschwindigkeit v = 1,0 mm/min

In Abbildung 5-46 ist gut zu erkennen, dass der E-Modul E_1 leicht erhöht wird (Glättungseffekt), dann aber aufgrund der Schädigung abnimmt. Gemäß dem Basis-Modell würde er zunehmen, wie es bei E_2 der Fall ist (kein Schädigungseffekt).

Die Zugviskositäten müssen zu Versuchsbeginn erhöht werden (siehe Abbildung 5-47). Während bei λ_2 noch von einer Korrektur aufgrund des Glättungseffektes ausgegangen werden kann, ist dies bei λ_1 unwahrscheinlich. Damit die Feder E_1 den eher linearen Anstieg der Anfangsphase ausführen kann, muss λ_1 steifer werden. Die Abnahme aufgrund der Spannungszunahme entspricht dem Basis-Modell, wird bei λ_1 und λ_2 jedoch um einen Faktor modifiziert. Die Verringerungen der Zugviskositäten, insbesondere λ_1 , lassen somit auf eine Schädigung schließen.

Im Bereich von $T = -10\text{ °C}$ (Abbildung 5-48) wird der Elastizitätsmodul E_1 etwas erhöht (Glättungseffekt), fällt dann aber leicht ab. Gegenüber dem Basismodell kann dies als Schädigung interpretiert werden.

Der Dämpfer λ_1 wird leicht erhöht (Glättungseffekt) und fällt dann stärker, als im Basis-Modell (Abbildung 5-49), so dass dieses Verhalten ebenfalls als Schädigung zu interpretieren ist.

Die Feder E_2 wird auf einen sehr geringen Startwert gesetzt und steigt dann überproportional an. Der Anstieg entspricht dem Basis-Modell. Der geringe Startwert bewirkt, dass der Dämpfer λ_2 stärker angesprochen wird, und ermöglicht ein viskoseres Verhalten.

Neben einer Anpassung aufgrund des Glättungseffektes fallen die Werte des Dämpfers λ_2 überproportional, womit dieser ebenfalls geschädigt wird.

Im Bereich der tiefen Temperaturen ($T = -25\text{ °C}$), wie in Abbildung 5-50 dargestellt, werden die Elastizitätsmoduln - innerhalb einer Zehnerpotenz - angehoben, um die elastische Verhaltenskomponente zu vergrößern. Dies kann auf eine Korrektur des Glättungseffektes zurückgeführt werden. Die E-Moduln steigen aber beide - wie auch im Basis-Modell - mit zunehmender Zugspannung an, so dass keine Schädigung vorliegt.

Die Zugviskositäten werden stark abgesenkt - um 5 bis 6 Zehnerpotenzen -, damit neben dem primär elastischen Verhalten auch ein viskoser Anteil ermöglicht wird (Abbildung 5-51). Während bei $T = +20\text{ °C}$ durch die stark fallenden Werte der Zugviskositäten eine tatsächliche Schädigung stattfindet, trifft diese Aussage bei $T = -25\text{ °C}$ nicht zu. Hier fallen die Zugviskositäten im Versuchsverlauf nur geringfügig stärker als im Basis-Modell.

Als weitere, anschauliche Darstellungsform sollen die Dehnungen der Elemente innerhalb des modifizierten Basis-Modells dargestellt werden.

In der folgenden Abbildungen 5-52 bis 5-55 werden die Dehnungsanteile der Feder E_1 (elastisch), des Dämpfers λ_1 (viskos) sowie des Voigt-Kelvin-Modells (E_2, λ_2 = visko-elastisch) für die Ziehgeschwindigkeit $v = 1,0 \text{ mm/min}$ für alle vier Prüftemperaturen dargestellt.

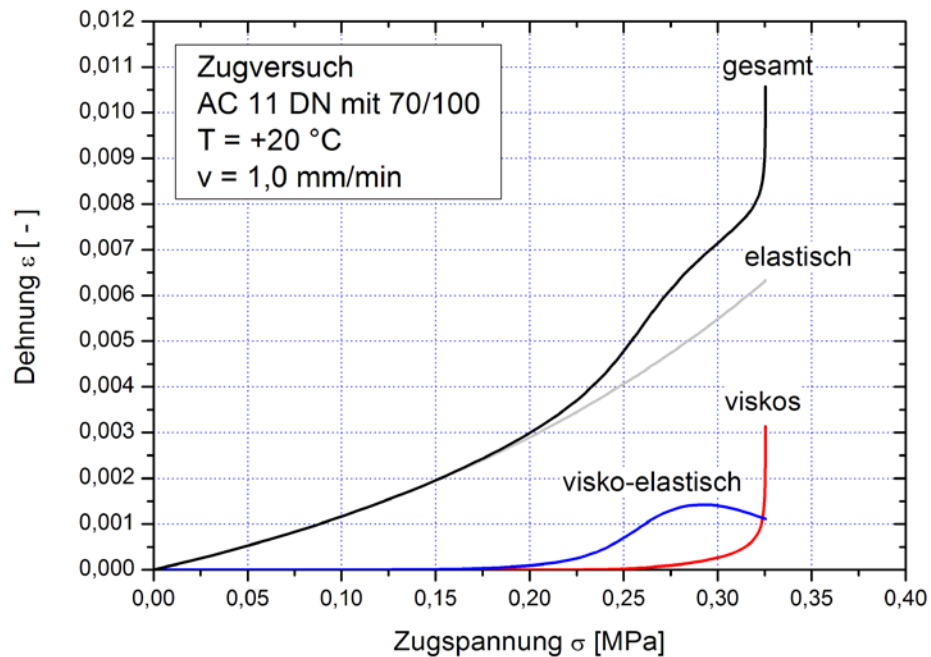


Abbildung 5-52: Zugversuch - Dehnungsanteile der Burgers-Elemente über den Versuchsverlauf für die Prüftemperatur $T = +20 \text{ }^\circ\text{C}$ bei einer Ziehgeschwindigkeit von $v = 1,0 \text{ mm/min}$

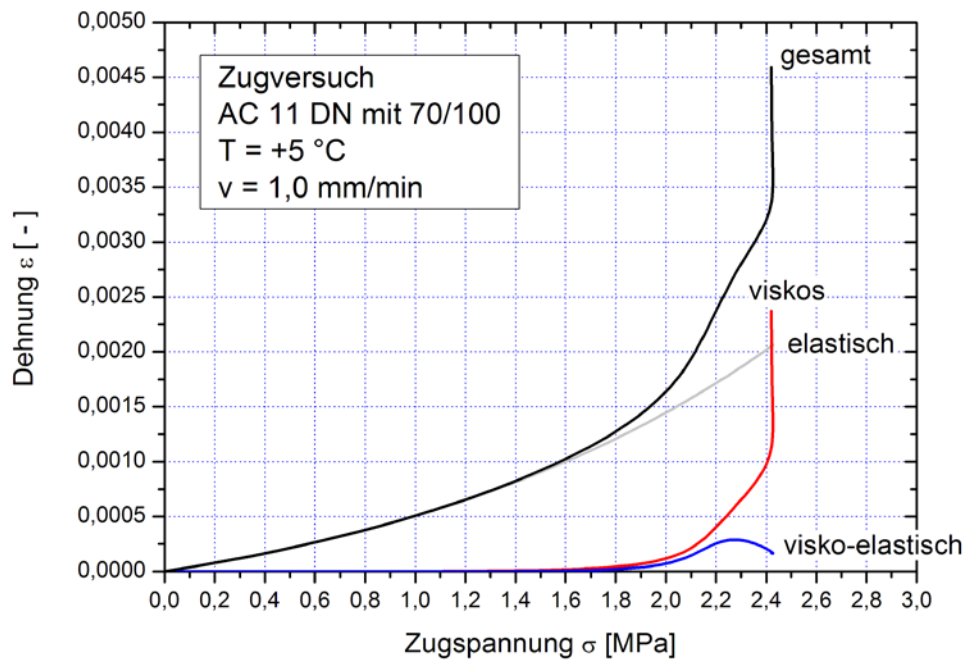


Abbildung 5-53: Zugversuch - Dehnungsanteile der Burgers-Elemente über den Versuchsverlauf für die Prüftemperatur $T = +5\text{ °C}$ bei einer Ziehgeschwindigkeit von $v = 1,0\text{ mm/min}$

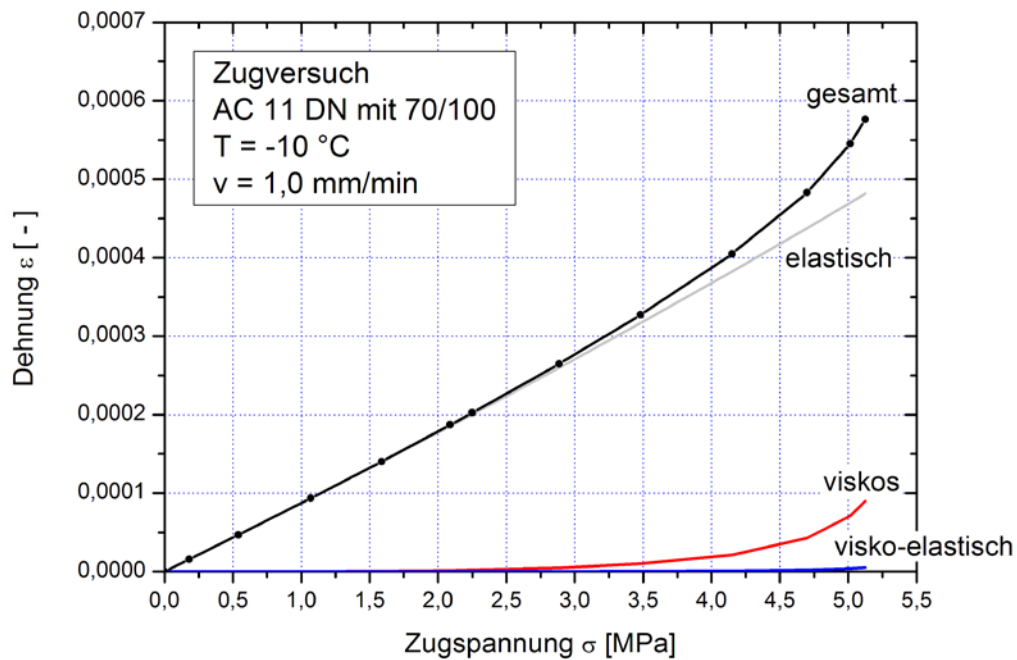


Abbildung 5-54: Zugversuch - Dehnungsanteile der Burgers-Elemente über den Versuchsverlauf für die Prüftemperatur $T = -10\text{ °C}$ bei einer Ziehgeschwindigkeit von $v = 1,0\text{ mm/min}$

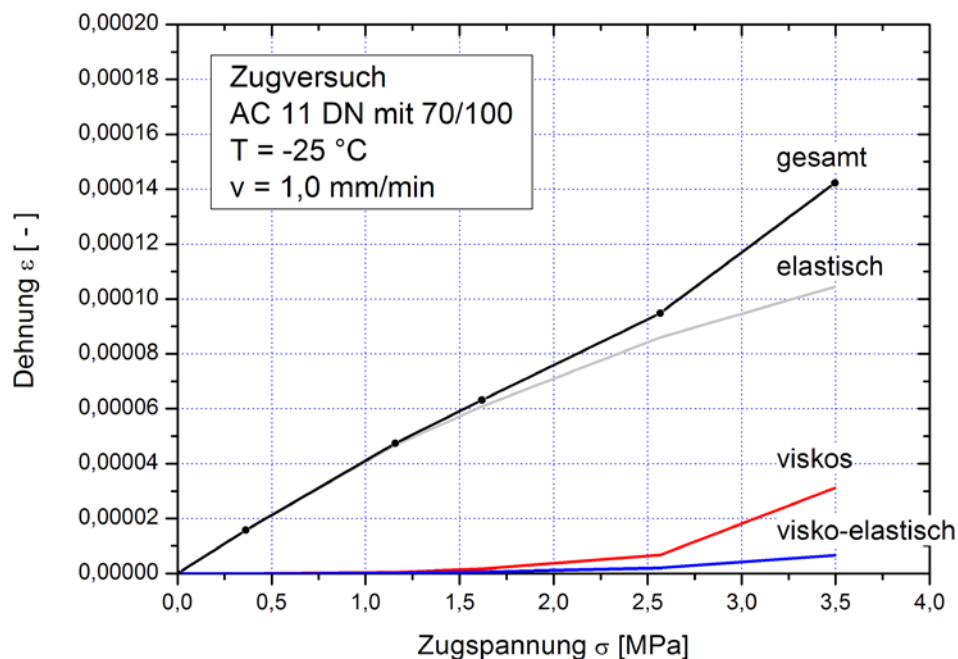


Abbildung 5-55: Zugversuch - Dehnungsanteile der Burgers-Elemente über den Versuchsverlauf für die Prüftemperatur $T = -25\text{ °C}$ bei einer Ziehgeschwindigkeit von $v = 1,0\text{ mm/min}$

Die Abbildungen zeigen, dass die Dehnungen im Zugversuch in der Anfangsphase fast ausschließlich vom primären elastischen Element, der Feder E_1 , aufgenommen werden. Der annähernd lineare Anstieg über alle Prüftemperaturen weist darauf hin, dass keine Schädigung dieses Elementes auftritt. Erst nach ca. der Hälfte des Versuchsverlaufes treten zusätzlich viskose und visko-elastische Anteile auf. Die viskosen Anteile (Dämpfer λ_1) steigen gegen Versuchsende überproportional an (Spannungsabhängigkeit und Schädigung), bis zum Bruch / maximal ertragene Spannung des Probekörpers. Die visko-elastischen Anteile weisen im Temperaturbereich über dem Gefrierpunkt ein Maximum auf. Hier wird die Feder E_2 über den Versuchsverlauf immer steifer, während der Dämpfer λ_2 aufgrund der Zugspannung und evt. einer Schädigung niedrigere Werte erlangt. Da der Elastizitätsmodul der Feder E_2 (in Kombination mit der aktuellen Spannung) für die erreichte Dehnung zu hoch wird, zieht sie sich und den Dämpfer λ_2 wieder zusammen.

Damit erfährt im Wesentlichen der Dämpfer λ_1 eine Schädigung über den Versuchsverlauf und ermöglicht so eine exakte Anpassung an die Versuchsdaten.

5.4 Abkühlversuche

5.4.1 Modifikation aller Burgers-Parameter

Wie in Kapitel 4.6.4 dargelegt, erfolgt für das Beispiel eine Modifikation aller vier Burger-Parameter nach gleichem Schema:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\sigma}, \quad \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\sigma}, \quad E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_5 \cdot d_6^\sigma} \text{ und } \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_7 \cdot d_8^\sigma} \quad \text{Gl. 86}$$

Anhand der folgenden Tabelle 5-11 wird dokumentiert, dass alle durchgeführten Abkühlversuche mit diesem Modell mit hoher Genauigkeit beschrieben werden können.

Tabelle 5-11: Abkühlversuch – Koeffizienten für die Burgers-Parameter bei unterschiedlichen Abkühlraten

Abkühl- rate	Parameter								FQS r ²
	E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂		
-10 K/h	d ₁	2,3138·10 ⁻²	d ₃	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₅	3,1996·10 ⁻³	d ₇	1	6,4343·10 ⁻¹ 0,99963
	d ₂	1,6899·10 ⁰	d ₄	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₆	1,0078·10 ⁰	d ₈	1	
-5 K/h	d ₁	2,7786·10 ⁻²	d ₃	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₅	7,8632·10 ⁻³	d ₇	1	8,8163·10 ⁻¹ 0,99950
	d ₂	1,6016·10 ⁰	d ₄	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₆	1,0078·10 ⁰	d ₈	1	
-2,5 K/h	d ₁	3,9332·10 ⁻²	d ₃	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₅	2,0312·10 ⁻²	d ₇	1	1,1852·10 ⁰ 0,99919
	d ₂	1,4100·10 ⁰	d ₄	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₆	2,3143·10 ⁻¹	d ₈	1	
-1,25 K/h	d ₁	5,3332·10 ⁻²	d ₃	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₅	3,4016·10 ⁻²	d ₇	5,9064·10 ⁻¹	72,0996·10 ⁰ 0,99829
	d ₂	1,3359·10 ⁰	d ₄	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₆	1,5427·10 ⁻¹	d ₈	1	

Die Tabelle 5-11 zeigt, dass hohe Bestimmtheitsmaße von über 99,83 % bezüglich der Anpassung gefunden werden. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Modifikation des Parameters λ₂ bis auf die Abkühlrate von 1,25 K/h entfallen kann (grau hinterlegt). Die Koeffizienten d₃ und d₄ werden auf den niedrigsten, vom Computer zulässigen, Wert nahe Null gesetzt.

5.4.2 Reduzierung der Koeffizienten

Zur besseren Übersicht werden jeweils drei Koeffizienten für den entsprechenden Burgers-Parameter (z.B. d₁ und d₂ für E₁) in den folgenden Abbildungen dargestellt. Die Koeffizienten d₃, d₄, d₇ und d₈ werden nicht grafisch dargestellt.

Es ist zu beachten, dass die Koeffizienten - je nach Größenordnung - gegen eine oder zwei Ordinaten abgetragen werden.

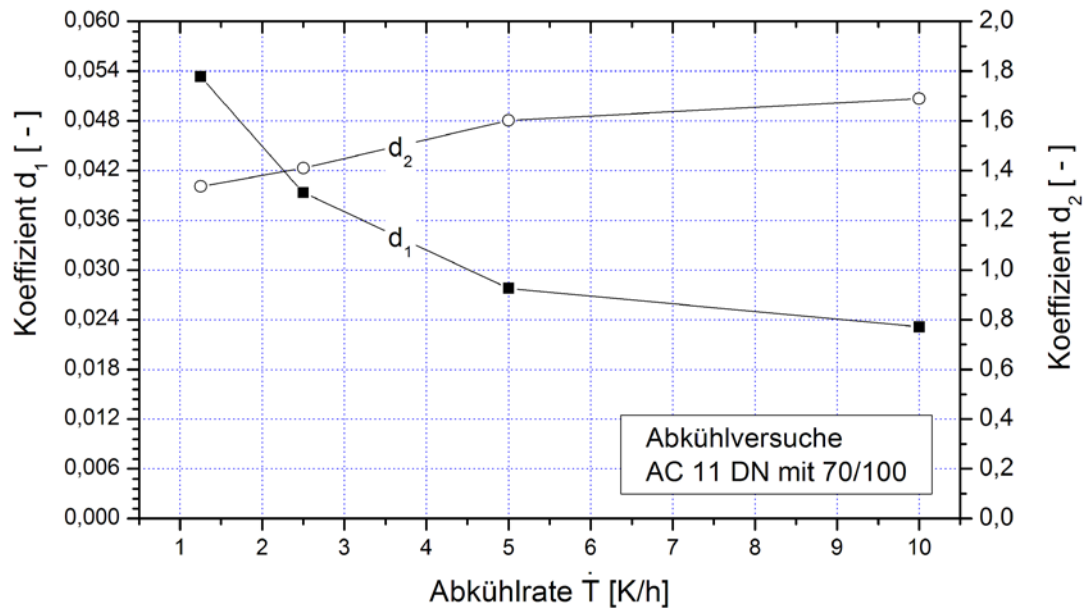


Abbildung 5-56: Abkühlversuch - Koeffizienten d_1 und d_2 zur Modifikation des Parameters E_1 des Burgers-Modells bei unterschiedlichen Temperaturraten

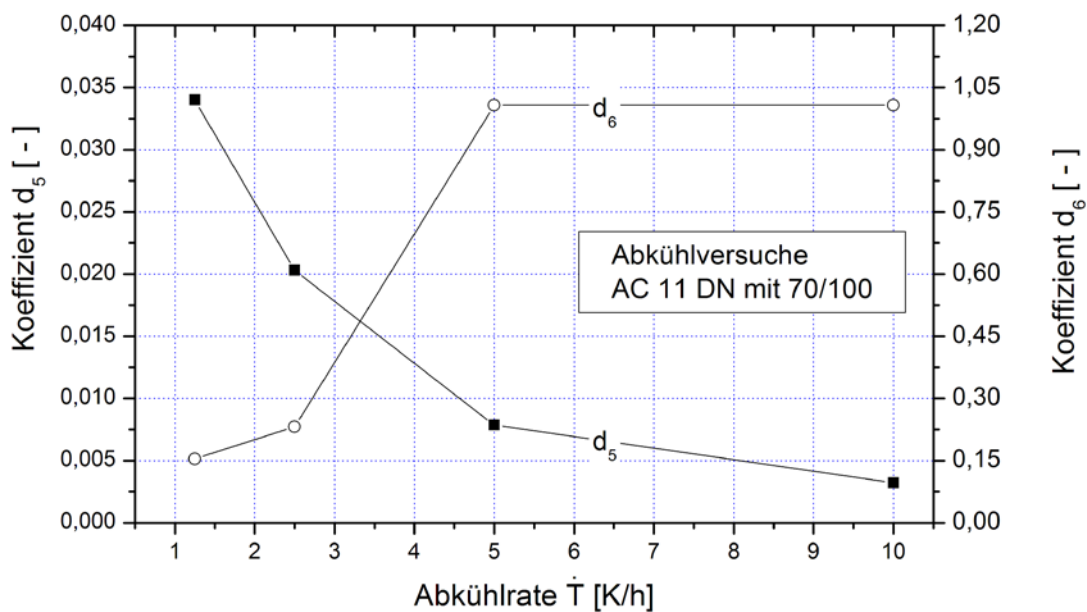


Abbildung 5-57: Abkühlversuch - Koeffizienten d_5 und d_6 zur Modifikation des Parameters E_2 des Burgers-Modells bei unterschiedlichen Temperaturraten

Für die in den Abbildungen 5-56 und 5-57 dargestellten Koeffizienten wird zunächst visuell überprüft, ob sich deren Anzahl ohne Beeinträchtigung der Anpassung reduzieren lässt.

Wie zuvor bereits beschrieben gilt, dass die Koeffizienten d_1 oder d_2 entfallen können, falls ihre Werte 1,0 betragen. Diese Aussage gilt analog auch für die Koeffizienten d_3 bis d_8 . Die Koeffizienten lassen jedoch keine einfache Reduzierung nach dem obigen Schema erkennen.

In Tabelle 5-11 ist zu erkennen, dass bereits jetzt für drei der vier Abkühlraten eine Schädigung des Parameters λ_2 entfallen kann. Für die Abkühlrate 1,25 K/h kann Koeffizient d_7 nur unter einem unverhältnismäßig starken Rückgang des Bestimmtheitsmaßes zu 1,0 gesetzt werden.

Der Koeffizient d_6 in Abbildung 5-57 weist in zwei von vier Fällen Werte bei 1,0 auf. Er kann ohne eine nennenswerte Verringerung des Bestimmtheitsmaßes zu 1,0 gesetzt werden.

In einem weiteren Schritt wird untersucht, ob einige der Koeffizienten d_1 , d_2 oder d_5 konstant gesetzt werden können. Die Abbildungen 5-56 und 5-58 lassen eine Abhängigkeit der drei Koeffizienten von der Abkühlrate vermuten. Wie in der folgenden Tabelle 5-12 dokumentiert ist, kann der dort grau hinterlegte Koeffizienten d_2 ohne nennenswerte Verluste des Bestimmtheitsmaßes konstant gesetzt werden (Schätzwert anhand der bislang durchgeführten Reduzierungen).

Die resultierenden Vereinfachungen sind in der Tabelle 5-12 dokumentiert.

Tabelle 5-12: Abkühlversuch - Reduzierte Koeffizienten für die Burgers-Parameter bei unterschiedlichen Abkühlraten

Abkühl- rate	Parameter								FQS r ²
	E ₁		λ ₁		E ₂		λ ₂		
-10 K/h	d ₁	2,4716·10 ⁻²	d ₃	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₅	3,1141·10 ⁻³	d ₇	1	2,9721·10 ⁻¹
	d ₂	1,6000·10 ⁰	d ₄	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99831
-5 K/h	d ₁	2,7841·10 ⁻²	d ₃	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₅	7,7765·10 ⁻³	d ₇	1	8,7882·10 ⁻¹
	d ₂	1,6000·10 ⁰	d ₄	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99950
-2,5 K/h	d ₁	3,1321·10 ⁻²	d ₃	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₅	2,9579·10 ⁻²	d ₇	1	4,7880·10 ⁰
	d ₂	1,6000·10 ⁰	d ₄	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99674
-1,25 K/h	d ₁	3,0751·10 ⁻²	d ₃	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₅	9,3380·10 ²	d ₇	2,2692·10 ⁻³	1,6938·10 ⁰
	d ₂	1,6000·10 ⁰	d ₄	1,7900·10 ⁻³⁰⁹	d ₆	1	d ₈	1	0,99862

Die Koeffizienten d_1 und d_5 könnten nur unter verhältnismäßig hohen Rückgängen des Bestimmtheitsmaßes konstant gesetzt werden, worauf hier verzichtet wird.

Der Koeffizient d_7 bei der Abkühlrate $-1,25 \text{ K/h}$ kann in allen Rechengängen nicht an den Wert $1,0$ angenähert werden und bleibt bestehen.

5.4.3 Interpretation der Koeffizienten

Wie bereits in Kapitel 4.5.5 dargestellt, bewirkt allein schon das Basis-Modell einen qualitativ plausiblen Kurvenverlauf. Vor diesem Hintergrund ist es nicht überraschend, dass die resultierende Tabelle 5-12 zeigt, dass nur die Koeffizienten d_1 und d_5 (Ausnahme: d_7) von der Abkühlrate abhängig, d.h. nicht konstant sind.

Wie bei den Prüfverfahren zuvor kann die Aussage getroffen werden:

Die Koeffizienten d_1 , d_3 , d_5 und d_7 bewirken im Wesentlichen eine konstante Veränderung des jeweiligen Burgers-Parameters über den Versuchsverlauf. Dies kann einer Korrektur aufgrund des Glättungseffektes beim Basis-Modell zugeschrieben werden.

Eine Veränderung aufgrund der im Versuchablauf eintretenden Spannungsänderungen bewirken die Koeffizienten d_2 sowie d_4 .

Um die Interpretation der Modifikation etwas zu erleichtern, werden die Koeffizienten d_1 und d_5 in der folgenden Abbildung 5-58 grafisch dargestellt.

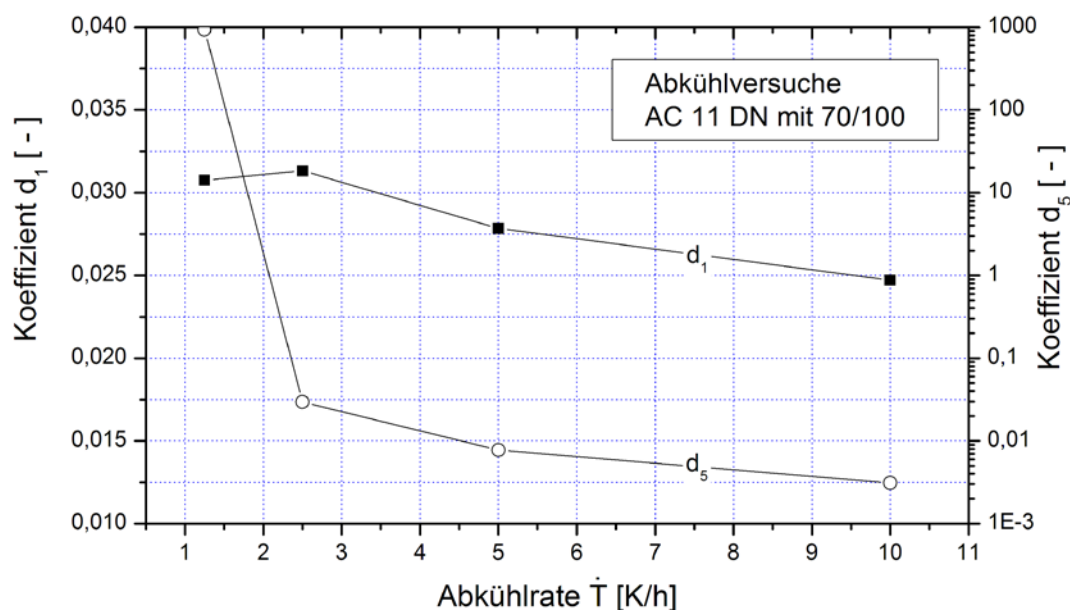


Abbildung 5-58: Abkühlversuch - Koeffizienten d_1 und d_5 , welche auf die Burgers-Parameter E_1 und E_2 einwirken, in Abhängigkeit von der Abkühlrate

Der Einfluss auf den Burgers-Parameter E_1 erfolgt sowohl konstant als auch über die Abkühlrate. Der Koeffizient d_1 bewirkt einen Anstieg des E-Moduls, in Abhängigkeit von der Abkühlrate. Der Koeffizient d_2 bewirkt eine Verringerung des E-Moduls, in Abhängigkeit von der kryogenen Spannung. Insgesamt ergibt sich ein Anstieg der Werte des Burgers-Parameters E_1 , der aber mit zunehmender kryogener Spannung schwächer wird. Dieser Effekt beinhaltet zum einen eine Korrektur aufgrund des Glättungseffektes. Demgegenüber kann der immer schwächer verlaufende Anstieg als Schädigung gewertet werden.

Der Burgers-Parameter λ_1 wird aufgrund der sehr kleinen und konstanten Parameter d_3 und d_4 praktisch zu unendlich gesetzt, das Argument im Nenner wird näherungsweise zu Null. Als Konsequenz daraus kann der Dämpfer im Modell entfallen, er übt keine Funktion aus.

Dies kann an einem Modell ohne primären Dämpfer, wie in Abbildung 5-59 dargestellt, nachvollzogen werden. Bei den Startbedingungen von $T = +20\text{ °C}$ weist es niedrige Werte für alle Elemente auf.

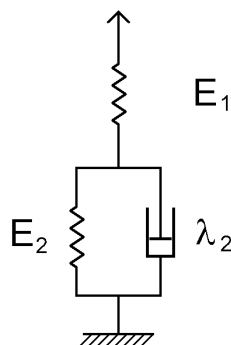


Abbildung 5-59: Vereinfachtes Modell zur Berechnung der Abkühlversuche

Wird an diesem Modell mit einer konstanten Geschwindigkeit gezogen (Simulation der temperaturbedingten Kontraktion), so kann der „weiche“ Dämpfer λ_2 den Längenänderungen nachgeben und einen Spannungsaufbau der Feder E_1 verhindern. Erst wenn dieses Element aufgrund der fallenden Temperatur steifer wird, tritt die Feder E_1 in den Vordergrund und bewirkt einen linearen Anstieg der Spannung. Wird der Dämpfer λ_2 im tiefen Temperaturbereich sehr steif, kann die Feder E_2 nicht mehr reagieren und die Feder E_1 übernimmt den Spannungsaufbau, bis zum Bruch des Probekörpers. Damit weist dieses Modell Ähnlichkeiten zu jenem von di Benedetto (2007) auf, der zur besseren Anpassung, mehrere in Serie geschaltete Voigt-Kelvin-Körper einsetzt und die Feder E_1 mit einer Zugfestigkeit ausstattet.

Die Feder E_2 wird nur über den Koeffizienten d_5 in Abhängigkeit von der Abkühlrate beeinflusst. Die Werte des Koeffizienten d_5 sind in Abbildung 5-58 dargestellt. Der Koeffizient wird mit sinkender Abkühlrate überproportional größer, d.h. der Einfluss auf die Feder E_2 sinkt überproportional. Bei einer Abkühlrate von 1,25 K/h wird der Wert von E_2 stark verringert, während bei einer Abkühlrate von 10 K/h der Wert ungefähr um den Faktor 300 ansteigt. Bei diesem Verhalten liegt eine Korrektur aufgrund des Glättungseffektes vor, jedoch kann ein spezielles Verhalten aufgrund der Prüfbedingungen des Abkühlversuches nicht ausgeschlossen werden.

Der Burgers-Parameter λ_2 weist praktisch keine Abhängigkeit von einem schädigenden Einfluss auf. Lediglich bei der Abkühlrate -1,25 K/h muss eine Korrektur erfolgen, die als Ursache dem Glättungseffekt zugeschrieben werden kann.

Die Abbildungen 5-60 und 5-61 zeigen die Veränderungen der Burgers-Parameter aufgrund der berechneten Modifikationen bei einer Abkühlrate von -10 K/h.

Für alle Burgers-Parameter ist zu beachten, dass die Darstellung der Werte ohne Schädigung auf dem Basis-Modell beruht. Dieses Modell ist aber nicht in der Lage den korrekten Spannungsverlauf zu beschreiben, so dass die dargestellten Kurvenverläufe nicht die „wahren“ Werte wiedergeben.

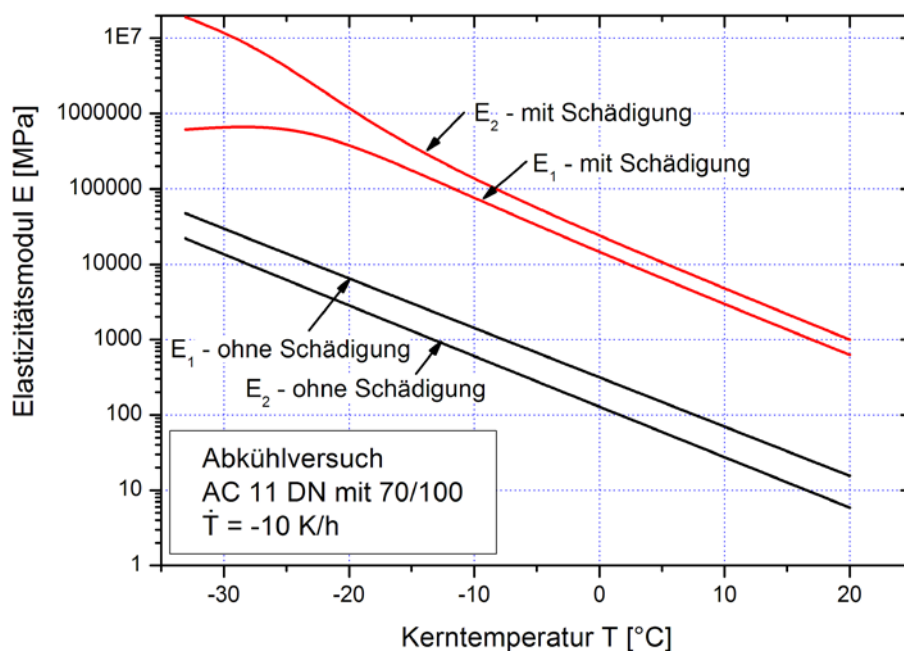


Abbildung 5-60: Abkühlversuch - Veränderung der Burgers-Parameter E_1 und E_2 am Beispiel einer Abkühlrate von -10 K/h

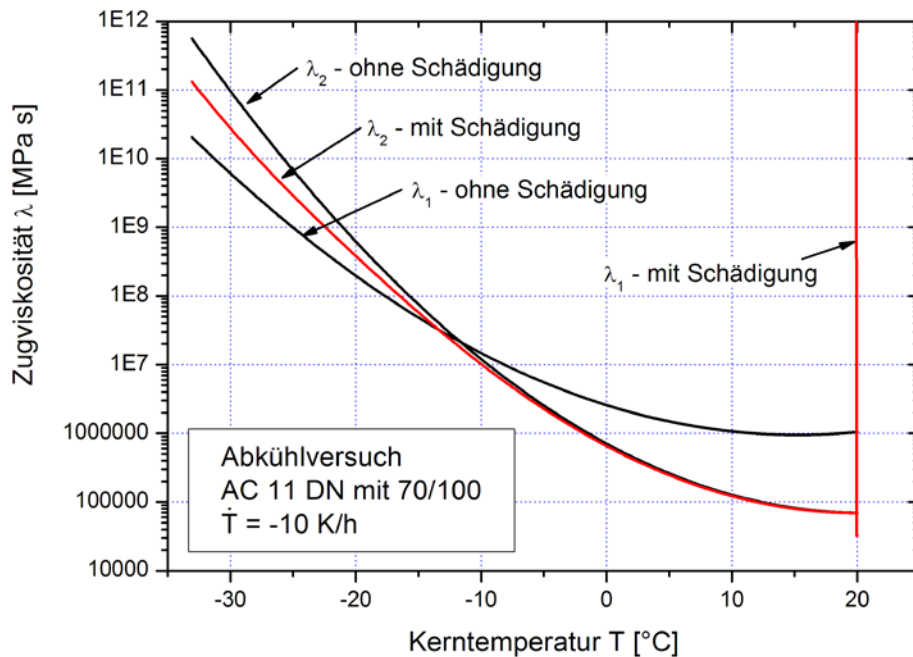


Abbildung 5-61: Abkühlversuch - Veränderung der Burgers-Parameter λ_1 und λ_2 am Beispiel einer Abkühlrate von -10 K/h

Der Burgers-Parameter E_1 ändert sich so, dass er eine annähernd parallele Erhöhung der Werte erfährt (siehe Abbildung 5-60). Erst im tiefen Temperaturbereich unterhalb ca. -20 °C verlässt der Parameter E_1 den exponentiellen Anstieg und verläuft eher konstant, was als Schädigung zu interpretieren ist.

Der Burgers-Parameter E_2 erfährt ebenfalls eine annähernd parallele Anhebung seiner Werte. Im Temperaturbereich unterhalb -20 °C weist der modifizierte Parameter E_2 aber keinen Abfall der Werte auf, so dass hier nicht von einer Schädigung gesprochen werden kann.

Der Parameter λ_1 strebt mit der Modifikation rasch gegen unendlich und übt damit keinen Einfluss auf das Modell aus.

Demgegenüber erfährt der Burgers-Parameter λ_2 mit fallender Temperatur eine Abschwächung seines exponentiellen Anstiegs, was als Schädigung interpretiert werden kann.

Wie auch beim Zugversuch soll die Betrachtung der Dehnungsanteile der Burgers-Elemente den Spannungsaufbau verdeutlichen. In der folgenden Abbildung 5-62 werden die Dehnungsanteile der Feder E_1 (elastisch), des Voigt-Kelvin-Modells (E_2, λ_2 = visko-elastisch) und die aufgrund der Abkühlung entstehende Dehnung (gesamt) für die Temperaturrate $\dot{T} = -10$ K/h

dargestellt. Die Dehnungsanteile des Dämpfers λ_1 (viskos) sind nicht eingezeichnet, da diese praktisch Null betragen.

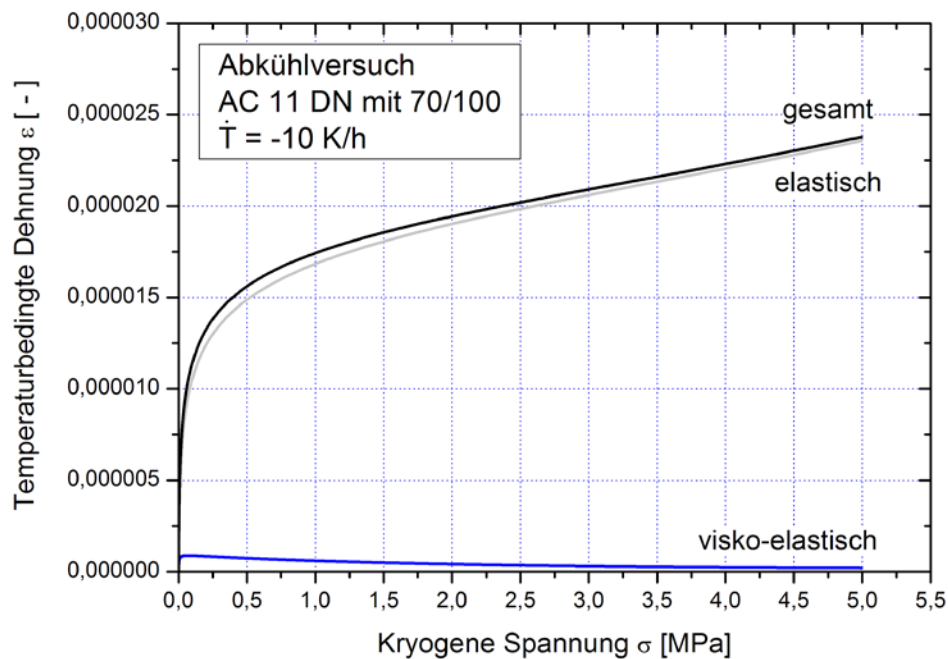


Abbildung 5-62: Abkühlversuch - Dehnungsanteile der Burgers-Elemente über den Versuchsverlauf für eine Abkühlrate von -10 K/h

In Abbildung 5-62 ist zu beachten, dass es sich hierbei nur um theoretische Dehnungsanteile handelt. Der Probekörper wird im Versuchsverlauf auf einer konstanten Länge gehalten. Aufgrund der Abkühlung möchte sich der Probekörper zusammenziehen und zwar um die im Diagramm angegebene, gesamte Dehnung. Diese gesamte Dehnung wird durch die Elemente des Burgers-Modells wieder ausgeglichen, wobei eine Spannung, bis zum Bruch des Probekörpers, entsteht.

Den Ausgleich der temperaturbedingten Dehnungen übernimmt fast ausschließlich die Feder E_1 . Im Temperaturbereich $> \pm 0$ °C, in dem praktisch kein Spannungsaufbau stattfindet, kann das Voigt-Kelvin-Modell den Spannungsaufbau der Feder E_1 ausgleichen, was im Versuchsverlauf nachlässt. Dies kann mit dem zunehmenden Elastizitätsmodul der Feder E_2 erklärt werden (analog zum Zugversuch). Aufgrund der relativ niedrigen Werte des Voigt-Kelvin-Modells wird in der Anfangsphase eine Dehnung erzeugt. Mit sinkender Temperatur steigen die Werte der Feder E_2 an, während die Werte des Dämpfers λ_2 in Relation dazu sinken. Somit besteht eine Dehnung, für die die erzielte kryogene Spannung nicht ausreicht diese mit der Feder E_2 aufrecht zu erhalten. Als Konsequenz zieht sich das Voigt-Kelvin-Modell wieder zusammen.

Damit erfolgt der Spannungsaufbau im Abkühlversuch im Wesentlichen durch die singuläre Feder E_1 . Um dies zu erreichen müssen die Elastizitätsmoduln der Federn E_1 und E_2 gegenüber den Berechnungen mit dem Basis-Modell stark angehoben werden.

6 Zusammenfassung

Eine der wesentlichen Baustoffeigenschaften, welche das Gebrauchsverhalten und die Nutzungsdauer von Asphaltstraßen beeinflusst, ist das Kälteverhalten.

Die Ansprache des Kälteverhaltens von Asphalt erfolgt in Deutschland anhand der Technischen Prüfvorschrift „Verhalten von Asphalten bei tiefen Temperaturen“ (FGSV, 1994), nach welcher die DIN EN 12697-46 „Asphalt – Prüfverfahren für Heißasphalt - Rissbildung und Eigenschaften bei niedrigen Temperaturen“ entworfen wurde. In beiden Prüfvorschriften werden die vier statischen Prüfverfahren Abkühlversuch, Zugversuch, Relaxationsversuch und Retardationsversuch beschrieben. Die DIN EN 12697-46 erweitert die Kälteprüfungen um einen dynamischen Zugschwellversuch, welcher hier nicht weiter berücksichtigt wird.

Eine rheologische Auswertung der Abkühl- und der Zugversuche wird meist nicht durchgeführt. Für den Relaxationsversuch wird mitunter die Relaxationszeit bestimmt, welche in rheologischen Modellen eingesetzt werden kann. Für den Retardationsversuch steht schließlich das Burgers-Modells zur Verfügung, mit welchem weitere rheologische Berechnungen möglich sind. Das Burgers-Modell besteht aus einer singulären Feder E_1 , einem singulären Dämpfer λ_1 sowie einer parallel geschalteten Feder-Dämpfer-Kombination (E_2, λ_2) (vgl. Abbildung 6-1).

Für die vorliegende Arbeit wurden an einem Asphaltbeton AC 11 DN Retardations-, Relaxations-, Zug- und Abkühlversuche unter Variation der Prüfbedingungen, wie Prüftemperatur, Zugspannung, Ziehgeschwindigkeit und Temperaturrate, durchgeführt. Mit diesem umfassenden Datenkollektiv konnte gleichzeitig die Anwendung und Erprobung rheologischer Modelle an allen Prüfverfahren durchgeführt werden.

Basierend auf den Retardationsversuchen dieses Datenkollektivs wurden für jeden Versuch die Parameter des Burgers-Modells bestimmt. Die Auswertung erfolgte ausschließlich im primären und sekundären Bereich der Dehnungskurven, so dass eine Schädigung des Asphaltmaterials ausgeschlossen werden konnte (Arand et al., 1996).

Die ermittelten Burgers-Parameter wurden anschließend in Abhängigkeit von der Spannung und der Temperatur funktional beschrieben, im Folgenden als „Basis-Modell“ bezeichnet

(siehe Abbildung 6-1). Mit diesem Basis-Modell sollte theoretisch auch das in den drei weiteren Prüfverfahren beobachtete Materialverhalten berechnet werden können.

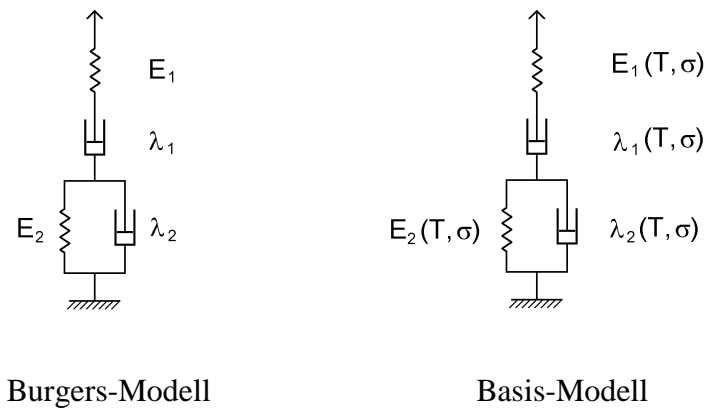


Abbildung 6-1: Burgers-Modell (links) und Basis-Modell (rechts) welches eine funktionale Beschreibung der Abhängigkeiten von der Prüftemperatur und Zugspannung der Parameter des Burgers-Modells darstellt.

Daher wurde die Gleichung des Burgers-Modells an die speziellen Versuchsbedingungen der einzelnen Prüfverfahren angepasst. Für Abkühlversuche wurde das Modell um eine temperaturbedingte Dehnung $\varepsilon_T = \alpha \cdot \dot{T}$, welche die Dehnungsänderung aufgrund der Temperaturänderungen wiedergibt, erweitert.

An charakteristischen Beispielen wurde gezeigt, dass eine direkte Anwendung des Basis-Modells nur teilweise zufriedenstellende Anpassungen zulässt.

So konnten für den Retardationsversuch die Ergebnisse nur qualitativ bestätigt werden. Aufgrund der funktionalen Beschreibung der Burgers-Parameter in Abhängigkeit von der Spannung und Prüftemperatur konnten die ermittelten Parameter einzelner Versuche nicht exakt wiedergegeben werden. Über den Temperatur- und Spannungsverlauf erfolgte eine Glättung der einzelnen Parameter. Dieser unvermeidbare Glättungseffekt äußerte sich in teilweise bedeutenden Abweichungen bei der Berechnung einzelner Versuche. Daher muss dieser Glättungseffekt bei den weiteren Berechnungen für alle Prüfverfahren berücksichtigt werden.

Für die Relaxationsversuche konnten die Ergebnisse qualitativ, jedoch nicht quantitativ, bestätigt werden. Es traten Abweichungen auf, die nicht mit dem Glättungseffekt erklärt werden konnten.

Die Ergebnisse der Zugversuche konnten qualitativ nicht bestätigt werden. Hier traten weitere, bisher nicht berücksichtigte, Effekte auf.

Für die Abkühlversuche konnten die Ergebnisse qualitativ bestätigt werden, doch traten auch hier neben dem Glättungseffekt weitere Abweichungen auf.

Da eine direkte Anwendung des Basis-Modells nicht zum Erfolg führte, wurde das Modell modifiziert. Im Zuge der Modifikation sollte ebenfalls der tertiäre Dehnungsanteil der Retardationsversuche (überproportionale Dehnungszunahme) berücksichtigt werden.

Das Basis-Modell wurde für alle Prüfverfahren einheitlich modifiziert. Ausgangspunkt der Modifikationen war die Überlegung, dass bei allen Prüfverfahren bei Versuchsstart bzw. während des Versuches eine Schädigung am Asphalt-Material auftritt. Um diese zu berücksichtigen, wurden die einzelnen Elemente im Burgers-Modell, d.h. Feder E_1 , Dämpfer λ_1 , Feder E_2 und Dämpfer λ_2 , entsprechend verändert.

Um den Glättungseffekt zu berücksichtigen bzw. zu korrigieren, wurde zunächst ein einfacher Faktor eingeführt. Da eine Schädigung im Versuchsverlauf oftmals einen überproportionalen Verlauf der Spannung oder Dehnung bewirkt, wurde die Modifikation um exponentielle Faktoren erweitert. Jeder Burgers-Parameter des Basis-Modells wurde wie folgt modifiziert:

$$\text{Modifizierter Burgers - Parameter}(\sigma, T, \text{Einflussgröße}) = \frac{\text{Burgers - Parameter}(\sigma, T)}{d_1 \cdot d_2^{\text{Einflussgröße}}} \quad \text{Gl. 87}$$

Da die Schädigung alle vier Burgers-Parameter betreffen kann, werden maximal 8 Koeffizienten, d_1 bis d_8 , benötigt. Die (Schädigungs-)Koeffizienten, z.B. d_1 und d_2 für das Element E_1 , bleiben über einen Versuchsverlauf - im Idealfall sogar für alle Versuche eines Prüfverfahrens - konstant.

Die Einflussgröße kann entweder in Abhängigkeit von den Startbedingungen, z.B. die Startspannung beim Relaxationsversuch, oder in Abhängigkeit des Versuchsverlaufs, z.B. die aktuelle Dehnung, gewählt werden. Sie wurde für jedes Prüfverfahren einheitlich gewählt.

Damit wurden die vier Burgers-Elemente für den Retardationsversuch wie folgt modifiziert:

$$E_1 \Rightarrow \frac{E_1}{d_1 \cdot d_2^\varepsilon}, \quad \lambda_1 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{d_3 \cdot d_4^\varepsilon}, \quad E_2 \Rightarrow \frac{E_2}{d_5 \cdot d_6^\varepsilon} \text{ und } \lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{d_7 \cdot d_8^\varepsilon} \quad \text{Gl. 88}$$

mit E_1, E_2 = Federn, $\left. \begin{array}{l} \text{funktional beschrieben in Abhängigkeit} \\ \text{von der Temperatur und der Spannung} \end{array} \right\}$
 λ_1, λ_2 = Dämpfer,
 d_1 bis d_8 = Koeffizienten
 ε = Einflussgröße, erzielte Dehnung während eines Retardationsversuches

Um die Koeffizienten für das modifizierte Basis-Modell bestimmen zu können, wurde ein Computer-Programm entwickelt. In diesem erfolgt eine Berechnung der einzelnen Dehnungs- oder Spannungsanteile in diskreten Schritten, eine analytische Lösung war nicht möglich. Diese Lösung würde zusätzlich den Vorteil bieten, einzelne Dehnungs- oder Spannungsanteile sowie die Veränderung der Werte der Burgers-Parameter über den Versuchsablauf darstellen zu können.

Die Regression der Modifikations-Koeffizienten d_1 bis d_8 erfolgte mit der Evolutions-Theorie (Rechenberg, 1994). Dabei werden per Zufallsprinzip mehrere Sätze an Koeffizienten erzeugt. Die besten Sätze, die mit Hilfe einer Gütefunktion ermittelt wurden, werden selektiert. Aus diesen werden wieder zufallsbedingt mehrere Sätze an Parametern erzeugt, usw.

Die Berechnungen und Resultate mit dem modifizierten Basis-Modell werden im Folgenden für jedes Prüfverfahren einzeln dargestellt:

Retardationsversuch:

Um den tertiären Dehnungsanteil zu berücksichtigen, wurde bei der Modifikation die berechnete Dehnung als Einflussgröße eingesetzt, d.h. eine Schädigung findet in Abhängigkeit von der bisher erreichten Dehnung statt.

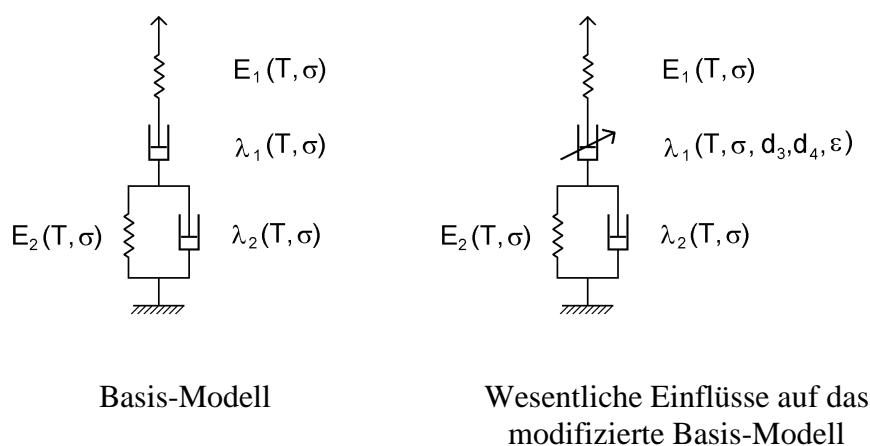


Abbildung 6-2: Retardationsversuch - Basis-Modell (links) und modifiziertes Basis-Modell zur Beschreibung der Versuchsergebnisse

Es wurde festgestellt, dass die Burgers-Parameter E_2 und λ_2 des Basis-Modells kaum einer Modifikation bedürfen und damit keine Schädigung erfahren (siehe Abbildung 6-2). Lediglich bei tiefen Temperaturen muss eine Korrektur um einen Faktor ~ 4 erfolgen (Glättungseffekt). Der Burgers-Parameter E_1 muss um einen konstanten Faktor verändert (meistens vermindert) werden, was auf den Glättungseffekt zurückzuführen ist. Der Burgers-Parameter λ_1 erfährt, neben einer Korrektur aufgrund des Glättungseffektes, in Abhängigkeit von der aufgetragenen Dehnung eine Verringerung seiner Werte und lässt damit eine überproportionale Dehnung während des Versuchsablaufes zu. Dieser Effekt kann eindeutig als Schädigung interpretiert werden.

Damit kann festgehalten werden, dass zur Auswertung von Retardationsversuchen im Wesentlichen der Dämpfer λ_1 des Burgers-Modells exponentiell verringert werden muss, um die tertiäre Phase zu beschreiben, wie in Abbildung 6-2 dargestellt.

Relaxationsversuch:

Der Relaxationsversuch legt nahe, dass zu Beginn, d.h. in der Phase der Spannungs- bzw. Dehnungserzeugung, eine Schädigung stattfindet, welche dann in der Relaxationsphase auf die Burgers-Elemente wirkt. Diese, auf Beobachtung basierende, Hypothese konnte nicht bestätigt werden: Es wurde kein Einfluss der Startspannung auf eine Schädigung der Burgers-Elemente ermittelt. Dagegen konnten gute Anpassungen mit der Modifikation in Abhängigkeit von der aktuellen Spannung während der Relaxationsphase nachgewiesen werden, so dass der berechnete Spannungsabfall als Einflussgröße auf die Modifikation wirkt.

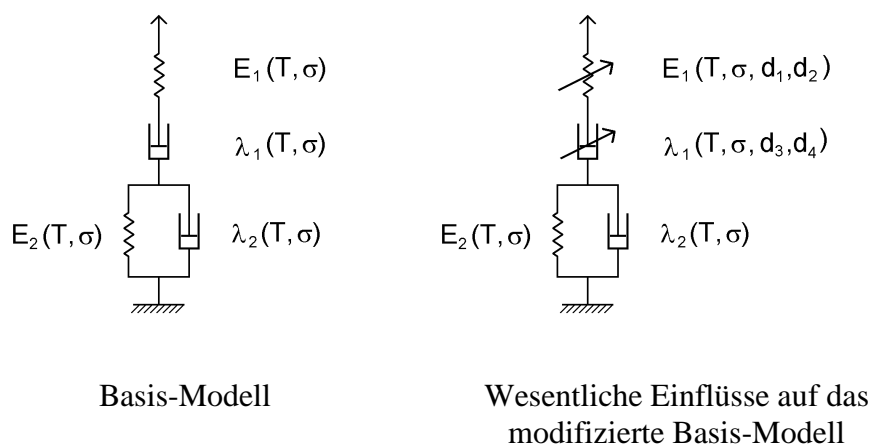


Abbildung 6-3: Relaxationsversuch - Basis-Modell (links) und modifiziertes Basis-Modell zur Beschreibung der Versuchsergebnisse

Die Modifikation ergab, dass die Burgers-Parameter E_2 und λ_2 des Basis-Modells praktisch nicht verändert werden mussten, d.h. sie werden im Versuchsverlauf nicht durch Schädigung beeinflusst (siehe Abbildung 6-3).

Demgegenüber wurde der singuläre Dämpfer λ_1 während der Relaxationsphase in seinen Werten verringert, was auf eine Schädigung bei Versuchsstart (Spannungserzeugung) zurückzuführen ist. Insbesondere im tiefen Temperaturbereich war es erst durch diese deutliche Absenkung der Viskosität möglich, dass - basierend auf den Werten des Basis-Modells - die beobachtete Relaxation beschrieben werden kann.

Die singuläre Feder E_1 wies im hohen Temperaturbereich einen physikalisch nicht zu interpretierenden Anstieg der Werte auf, der nicht allein mit dem Glättungseffekt zu begründen ist. Mit fallender Prüftemperatur sinken die Werte der Feder E_1 gegenüber dem Basis-Modell, so dass hier von einer Schädigung bei Versuchsstart gesprochen werden kann.

Der Relaxationsvorgang wird damit im Wesentlichen von einer Schädigung des Dämpfers λ_1 sowie – mit sinkender Temperatur - der Feder E_1 beim Versuchsstart bestimmt, wie in Abbildung 6-3 dargestellt.

Zugversuch:

Im Zugversuch wurde die erzeugte Spannung als Einflussgröße für die Modifikation bzw. Schädigung eingesetzt.

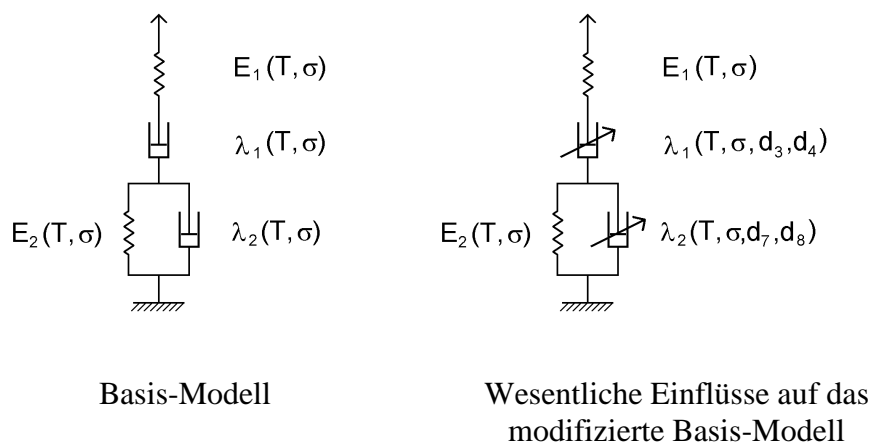


Abbildung 6-4: Zugversuche - Basis-Modell (links) und modifiziertes Basis-Modell zur Beschreibung der Versuchsergebnisse

Der Dehnungszuwachs erfolgt ca. bis zur Hälfte des Versuchsverlaufes über die Feder E_1 , welche im Wesentlichen nur eine Modifikation zur Korrektur des Glättungseffektes benötigt. Um dieses elastische Verhalten zu ermöglichen, müssen die Dämpfer - insbesondere λ_1 - im hohen Temperaturbereich zu Versuchsbeginn stark erhöhte Werte annehmen, um dann loga-

rhythmisch abzufallen. Dies ermöglicht in der zweiten Versuchshälfte einen überproportionalen Dehnungszuwachs, bis zum Maximalwert der Spannung bzw. Bruch des Probekörpers.

Mit fallender Prüftemperatur fallen die Startwerte beider Dämpfer, bei weiterer Abnahme im Versuchsverlauf. Dieses Verhalten deutet darauf hin, dass die Dämpfer bei tiefen Temperaturen quasi sofort geschädigt werden, um dann im weiteren Versuchsverlauf bis zum Versagen beansprucht zu werden.

Damit kann festgehalten werden, dass im Zugversuch die Spannungszunahme in der Anfangsphase von der singulären Feder E_1 erzeugt wird, während die Dämpfer - insbesondere λ_1 - immer stärker geschädigt werden (siehe Abbildung 6-4), bis sie gegen Versuchsende einen Spannungsabfall (Dehnungszunahme) bis zum Bruch des Probekörpers bewirken.

Abkühlversuche:

Für die Abkühlversuche wurde ebenfalls die im Versuchsverlauf erzielte Spannung als Einflussgröße für die Modifikation bzw. Schädigung gewählt.

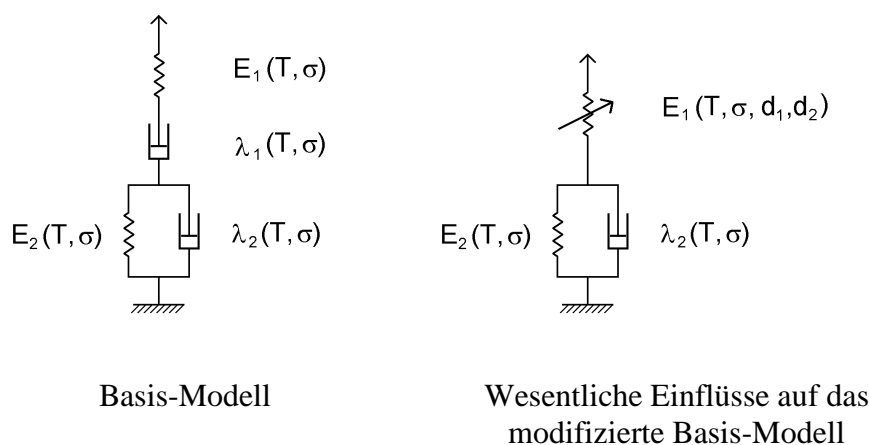


Abbildung 6-5: Abkühlversuche - Basis-Modell (links) und modifiziertes Basis-Modell zur Beschreibung der Versuchsergebnisse

Bei der Berechnung der Schädigungskoeffizienten stellte sich heraus, dass die Werte des singulären Dämpfers λ_1 so hoch gesetzt werden mussten, dass der Dämpfer praktisch keinen Einfluss auf den Versuch ausübt und damit im Modell entfallen kann (siehe Abbildung 6-5).

Die Werte der Federn E_1 und E_2 wurden gegenüber dem Basis-Modell stark angehoben, was an dieser Stelle physikalisch nicht interpretiert werden kann.

Im Versuchsverlauf wichen die Werte der singulären Feder E_1 von einem exponentiellen Anstieg ab und fielen gegen Versuchsende sogar wieder ab. Dieses Verhalten stellt eine Schädigung der Feder E_1 dar. Der Abfall der Werte gegen Versuchsende lässt die Schlussfolgerung zu, dass im Modell die Feder E_1 zum Versagen des Probekörpers führt.

Demgegenüber erfuhr die Feder E_2 , abgesehen von der Anhebung der Werte, keine Schädigung. Der Dämpfer λ_2 erfuhr erst gegen Versuchsende eine leichte Verminderung seiner Werte gegenüber dem Basis-Modell, was auf eine Schädigung schließen lässt.

Damit bleibt festzuhalten, dass im Abkühlversuch im Wesentlichen die Feder E_1 die Spannungszunahme erzeugt und gegen Ende des Versuchs so stark geschädigt wird, dass sie zum Versagen des Probekörpers führt.

Die Ergebnisse der Modifikationen zeigen, dass für jedes Prüfverfahren die speziellen Versuchsbedingungen berücksichtigt werden müssen.

Bei Anwendung einer Modifikation der Elemente des Basis-Modells konnten alle Versuche präzise wiedergegeben werden. Neben einem Korrektoreffekt kann der größte Teil dieser Modifikationen eindeutig als Schädigung über den Versuchsverlauf festgehalten werden.

Lediglich in Teilbereichen werden physikalisch nicht offensichtlich interpretierbare Modifikationen notwendig, die in weiterführenden Arbeiten untersucht werden sollten.

Somit konnten mit dieser Arbeit die wesentlichen rheologischen Mechanismen, welche auf die Prüfverfahren zur Untersuchung des Kälteverhaltens einwirken, erkannt und mathematisch beschrieben werden.

7 Literatur

AASHTO TP10-93. Standard Test Method for Thermal Stress Restrained Specimen Tensile Strength, American Association of State Highway and Transportation Officials, 1996

Arand, W. 1975. Zur thermisch induzierten Rissbildung - Institut für Straßenbau und Eisenbahnwesen, 1965 – 1975 - Wissenschaftliche Beiträge und Tätigkeitsbericht. Veröffentlichungen des Institutes für Straßenbau und Eisenbahnwesen der Universität Karlsruhe, Heft 14

Arand, W. 1981. Zum Relaxationsverhalten von Asphalten. Das stationäre Mischwerk, Ausgabe 4/1981

Arand, W., Steinhoff, G., Eulitz, J. und Milbradt, H. 1984. Verhalten von Asphalt bei tiefen Temperaturen; Entwicklung und Erprobung eines Prüfverfahrens, Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 401, Bonn

Arand, W., Sörensen, A. und Büchler, S. 1996. Ermittlung der Zugviskositäten von Asphalten mittels Retardations- und Relaxationsversuchen, Forschungsbericht FE 7.161 G 92 C des BMV, Braunschweig, Oktober 1996

Aschenbrenner, L. 2006. Mehrkomponenten-Modell zur Beschreibung des Deformationsverhaltens von Asphalt, TU Braunschweig, Institut für Statik, Bericht 2006-103.

Beer, M. 2002. Fuzzines und Fuzzy-Zufälligkeit bei der Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken, TU Dresden, Veröffentlichungen des Lehrstuhls für Statik, Heft 5

Dengiz, A. 1980. Relaxationsverhalten von Asphaltprobekörpern im einaxialen Zugversuch. Veröffentlichungen des Instituts für Straßenbau und Eisenbahnwesen der Universität Karlsruhe, Heft 19

di Benedetto, H., Mondher, N., Sauzéat, C. and Olard, F. 2007. Three-dimensional Thermo-viscoplastic Behaviour of Bituminous Material, Road Materials and Pavement Design, Volume 8/2

DIN 13343 April 1994. Linear-viskoelastische Stoffe – Begriffe, Stoffgesetze, Grundfunktionen, Beuth Verlag, Berlin

Entwurf DIN EN 12697-46 April 2009. Asphalt – Prüfverfahren für Heißasphalt - Rissbildung und Eigenschaften bei niedrigen Temperaturen, Beuth Verlag GmbH, Berlin

FGSV 1994. Technische Prüfvorschrift – Verhalten von Asphalten bei tiefen Temperaturen, Ausgabe 1994, FGSV-Verlag, Köln

FGSV 2009a. Technische Lieferbedingungen für Straßenbaubitumen und gebrauchsfertige Polymermodifizierte Bitumen – TL Bitumen-StB, Ausgabe 2007, FGSV-Verlag, Köln

FGSV 2009b. Technische Lieferbedingungen für Asphaltmischgut für den Bau von Verkehrsflächenbefestigungen – TL Asphalt-StB 07, Ausgabe 2007, FGSV-Verlag, Köln

Gartung, T. 1996. Berechnung von Asphaltstraßen mit einem einheitlichen rheologischen Konzept einschließlich Schädigung, TU Braunschweig, Institut für Statik, Bericht Nr. 96-82

Gauer, P. 1992. Relaxationsverhalten von Asphalt, Bitumen, Ausgabe 2/1992, Arbit, Hamburg

Gehm, L. 1998. Rheologie – Praxisorientierte Grundlagen und Glossar, Curt R. Vincentz Verlag, Hannover

Hase, M. 1991. Zur Zugviskosität von Asphalten bei hohen und tiefen Temperaturen, TU Braunschweig, Schriftenreihe am Institut für Straßenwesen, Heft 11

Hushek, S. 1983a. Zum Verformungsverhalten von Asphaltbetonen unter Druck, Mitteilung des Instituts für Straßen-, Eisenbahn- und Felsbau der ETH Zürich, Heft 54

Hushek, S. 1983b. Das Verformungsverhalten von Asphaltbeton unter triaxialem Druck, Bitumen, Ausgabe 4/1983, Arbit, Hamburg

Krass, K. 1971. Kriechuntersuchungen an zylindrischen Asphaltprobekörpern. Veröffentlichungen des Instituts für Straßenbau und Eisenbahnwesen der Universität Karlsruhe, Heft 5, 1971

Löffler, M. 1984. Thermisch bedingtes Längenänderungsverhalten von Stoffen unter besonderer Berücksichtigung von Straßenbautechnischen Aspekten, Informationen - Verkehrsplanung und Straßenwesen - Heft 23; Hochschule der Bundeswehr München; München-Neubiberg

Mollenhauer, K. 2008. Dimensionierungsrelevante Prognose des Ermüdungsverhaltens von Asphalt mittels einaxialer Zug-Schwellversuche, TU Braunschweig, Schriftenreihe am Institut für Straßenwesen, Heft 21

Oeser, M. 2004. Numerische Simulation des nichtlinearen Verhaltens flexibler mehrschichtiger Verkehrsflächenbefestigungen, TU Dresden, Veröffentlichungen des Lehrstuhls für Statik, Heft 7

Olard, F., di Benedetto, H. and Mazé, M. 2004. Thermal cracking of bituminous mixtures: experimentation and modeling, 3rd Eurasphalt & Eurobitume congress, Vienna 2004, paper 170

Pucci, T., Dumont, A. and di Benedetto H. 2004. Thermomechanical and Mechanical Behaviour of Asphalt Mixtures at Cold Temperature, Roads Materials and Pavement Design, Vol 5 – No. 1/2004, pages 45-72

Rechenberg, I. 1994. Evolutionsstrategie '94, Friedrich Vieweg Verlag - Günther Holzboog, Stuttgart – Bad Cannstatt

Reiner, M. 1969. Rheologie in elementarer Darstellung, Carl Hanser Verlag, München, 2. Auflage

Sörensen, A. 2000. Zugviskosität von Asphalten mittels Retardationsversuchen unter Zugrundelegung rheologischer Modelle, TU Braunschweig, Schriftenreihe am Institut für Straßenwesen, Heft 16

Schmuck, A., Löffler, M., Späth, M. 1986. Untersuchung thermisch bedingter Längenänderungen an polymermodifizierten Asphalten, Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 486

Tons, E. and Krokosky, E. 1963. Tensile properties of dense graded bituminous concrete, Asphalt Paving Technology, Volume 32, page 497-529

Wistuba, M., Monismith, C., Bahia, H.U., Renken, P., Olard, F., Blab, R., Mollenhauer, K., Metzker, K., Büchler, S., Grönniger, J., Zeng, M., and Nam, K. 2009. Asphaltverhalten bei tiefen Temperaturen / Asphalt material behaviour at low temperatures. Festschrift zu Ehren des 80. Geburtstags von Professor Wolfgang Arand / Essays in honour of Professor Wolfgang Arand on the occasion of his 80th birthday. Schriftenreihe Straßenwesen, Heft Nr. 23, Institut für Straßenwesen - Braunschweig Pavement Engineering Centre, Technische Universität Braunschweig, ISBN 3-932164-11-3.

8 Verwendete Formelzeichen

a, b, c	Allgemeine Parameter einer Gleichung
a_i, b_i	Allgemeine Parameter einer Gleichung
A	Querschnittsfläche der Probekörper [mm ²]
α	Eindimensionaler Wärmedehnbeiwert [$10^{-6} / ^\circ\text{C}$]
d_1, d_3, d_5, d_7	Koeffizienten [-] zur Modifizierung der Parameter des Basis-Modells.
d_2, d_4, d_6, d_8	Koeffizienten [MPa ⁻¹] oder [-] zur Modifizierung der Parameter des Basis-Modells.
E	Elastizitätsmodul (E-Modul) [MPa]
E_1	Elastizitätsmodul (E-Modul) [MPa] der singulären Feder im Burgers-Modell
E_2	Elastizitätsmodul (E-Modul) [MPa] der kombinierten Feder im Burgers-Modell
E_M	Elastizitätsmodul (E-Modul) [MPa] des Kraftaufnehmers
ε	Dehnung [-] im Versuchsverlauf
ε_T	Dehnung [-] aufgrund der thermischen Kontraktion
ε_{el}	elastische Dehnungsanteile [-] der singulären Feder im Burgers-Modell
ε_{vis}	viskose Dehnungsanteile [-] des singulären Dämpfers im Burgers-Modell
ε_{vel}	visko-elastische Dehnungsanteile [-] der parallelen Feder-Dämpfer-Kombination im Burgers-Modell
$\dot{\varepsilon}$	Dehnungsänderung [s ⁻¹]
$\dot{\varepsilon}_T$	Thermische Dehnungsänderung [s ⁻¹]
$\dot{\varepsilon}_e$	elastische Dehnungsänderung [s ⁻¹]
$\dot{\varepsilon}_{vi}$	viskose Dehnungsänderung [s ⁻¹]
$\dot{\varepsilon}_{ve}$	visko-elastische Dehnungsänderung [s ⁻¹]
l_0	Anfangslänge der Probekörper [mm]
λ	Zugviskosität [MPa·s]
λ_1	Zugviskosität [MPa·s] des singulären Dämpfers
λ_2	Zugviskosität [MPa·s] des kombinierten Dämpfers
r^2	Bestimmtheitsmaß [-]
S	Steifigkeit des Kraftaufnehmers [N / mm]
σ	Zugspannung [MPa] im Versuchsverlauf
σ_0	Startspannung [MPa] des Relaxationsversuches
σ_i	Zugspannung [MPa] zum Zeitpunkt bzw. Messwert i
$\dot{\sigma}$	Spannungsänderung [MPa / s]
t	Zeit [s]
t_i	Zeit [s] zum Zeitpunkt bzw. Messwert i
t_R	Relaxationszeit [s], entspricht dem Verhältnis Dämpfer zu Feder im Relaxationsversuch
T	Temperatur [°C] im Versuchsverlauf
T_i	Temperatur [°C] zum Zeitpunkt bzw. Messwert i
\dot{T}	Temperaturrate [K/h] im Versuchsverlauf